

## 6.3 垂直直動型パラレルメカニズムの運動学と静力学

### Kinematics and statics of parallel mechanism by six vertical fixed linear actuators

藤原 基芳	増田 峰知	村川 悟	田畑 康晴*
Motoyoshi Fujiwara	Takanori Masuda	Satoru Murakawa	Yasuharu Tabata
増井 孝実*	岡本 康男**	伊濱 啓一**	中村 達也***
Takami Masui	Yasuo Okamoto	Keiichi Ihama	Tatsuya Nakamura

\* 三重県工業技術センター

\*\* 三重県窯業試験場

\*\*\* 三重大学(現 東京都立大)

#### Abstract

To design parallel mechanism which is suitable for a work, it's necessary to simulate its moving space, resolution, and output force. The parallel mechanism by six vertical fixed linear actuators was developed. First, this report shows its invert kinematics and differential kinematics. It shows the method to calculate direct kinematics and statics, and gives examples of characteristics, which are maximum speed, and resolution of end effector. And actuator load is calculated by differential kinematics. It is compared with measured value, and validity of the calculating method is conformed.

Keywords: parallel mechanism, linear actuator, invert kinematics, differential kinematics, direct kinematics, resolution, statics

#### 1. はじめに

パラレルメカニズムは、シリアルメカニズムと比較し、高出力、高剛性、高負荷などの特徴を持つが、同時に動作範囲が狭いなどの短所があり、使用目的に応じたバランスのよい機構設計が必要である。また、エンドエフェクタの位置・方向によっても、その動作特性は大きく変化する。これらの特徴を考慮し、使用目的に合ったパラレルメカニズムを設計するためには、その運動学及び、力学のシミュレーションが不可欠である。

Fig. 1 は、著者らが開発した垂直直動固定型パラレルメカニズムである<sup>1)</sup>。この実験機は、直動機構を垂直に配置することで、垂直方向の特性改善と簡易制御とコストパフォーマンスの改善を指向して試作された。

本報では、この機構の逆運動学式、微小運動学式を示し、微小運動学式から導いた順運動学の計算方法を検討した。これらから動作特性の一例として、エンドエフェクタ位置を変えた場合の最高速度・分解能を推定した。また、静力学の計算方

法を検討し、式の妥当性を評価するために、静的条件でエンドエフェクタに負荷をかけた場合のアクチュエータ負荷を測定し、静力学シミュレーション結果と比較した。得られた実験結果より、静力学計算方法の妥当性を確認した。

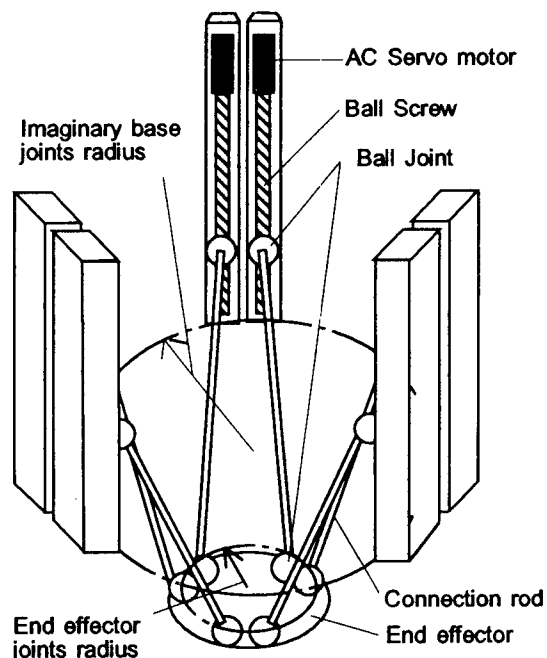


Fig. 1 The parallel mechanism by six vertical fixed linear actuators.

## 2. 逆運動学

垂直直動型パラレルメカニズムにおいて、エンドエフェクタの位置と方向から制御量を求める逆運動学は、エンドエフェクタのジョイント位置を具体的な座標で表したとき、簡単な幾何で表すことができる<sup>1)</sup>。本項では、エンドエフェクタの位置と方向から逆運動学を一般的に導出する。

Fig. 2 は、エンドエフェクタ、リンク、アクチュエータの位置関係を示す。Σはエンドエフェクタ動作範囲の最下部に固定された基準座標系を表しており、Σ<sub>h</sub>はエンドエフェクタの中心に固定されたハンド座標系である。直動機構移動部の仮想ベースプレートからの移動量を  $c_i$  とし、リンクの長さを  $L_c$ 、リンク  $i$  とエンドエフェクタとの結合点をハンド座標で記述した位置ベクトルを  $({}^hX_{ei} \ {}^hY_{ei} \ {}^hZ_{ei})^T$ 、仮想ベースプレートと直動機構との結合点を基準座標で記述した位置ベクトルを  $(X_{bi} \ Y_{bi} \ Z_{bi})^T$  とする。ハンド座標の原点を基準座標で記述した位置ベクトルを  $(x \ y \ z)^T$ 、ハンド座標の方向を、ロール、ピッチ、ヨー角を用い  $Z$  軸周り  $\alpha$ 、 $y$  軸周り  $\beta$ 、 $x$  軸周り  $\gamma$  で表すものとする。これらの定義に従うと、逆運動学は、式 (1) で表記できる。

$$c_i = [L_c^2 \{ [x + \cos\alpha \cos\beta \cdot {}^hX_{ei} + (\cos\alpha \sin\beta \sin\gamma - \sin\alpha \cos\gamma) \cdot {}^hY_{ei} + (\cos\alpha \sin\beta \cos\gamma + \sin\alpha \sin\gamma) \cdot {}^hZ_{ei} - X_{bi}]^2 + [y + \sin\alpha \cos\beta \cdot {}^hX_{ei} + (\sin\alpha \sin\beta \sin\gamma + \cos\alpha \cos\gamma) \cdot {}^hY_{ei} + (\sin\alpha \sin\beta \cos\gamma - \cos\alpha \sin\gamma) \cdot {}^hZ_{ei} - Y_{bi}]^2 \}]^{\frac{1}{2}} + z - \sin\beta \cdot {}^hX_{ei} + \cos\beta \sin\gamma \cdot {}^hY_{ei} + \cos\beta \cos\gamma \cdot {}^hZ_{ei} - Z_{bi} \quad (1)$$

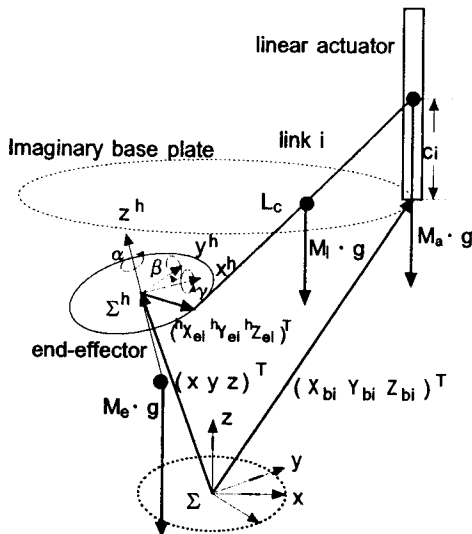


Fig. 2 Geometry of the parallel mechanism

## 3. 微小運動学

一般的なパラレルメカニズムの微小運動学解析は、新井により示されている<sup>2)</sup>。同様の考え方を垂直直動型に適用し検討した。

式 (1) の右辺  $g_i$  とおき、式 (1) の両辺を微分すると、次の関係式が得られる。

$$\delta c = J \cdot \delta x \quad (2)$$

ただし、

$$\delta c = \begin{pmatrix} \delta c_0 \\ \delta c_1 \\ \delta c_2 \\ \delta c_3 \\ \delta c_4 \\ \delta c_5 \end{pmatrix}, \delta x = \begin{pmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \\ \delta \alpha \\ \delta \beta \\ \delta \gamma \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} \frac{\partial g_0}{\partial x} & \frac{\partial g_0}{\partial y} & \frac{\partial g_0}{\partial z} & \frac{\partial g_0}{\partial \alpha} & \frac{\partial g_0}{\partial \beta} & \frac{\partial g_0}{\partial \gamma} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial g_5}{\partial x} & \dots & \dots & \dots & \dots & \frac{\partial g_5}{\partial \gamma} \end{pmatrix}$$

(2) 式中、 $J$  はヤコビ行列を表している。

このヤコビ行列を用いて、次項以降に垂直直動型パラレルメカニズムの順運動学解析、特性解析、静力学シミュレーションを行った。

## 4. 順運動学

各アクチュエータの変位量から、エンドエフェクタの位置と方向を求める順運動学は、(2) 式の関係よりヤコビ逆行列を用い次式が得られる。

$$\delta x = J^{-1} \cdot \delta c \quad (3)$$

式 (3) の  $x, y, z, \alpha, \beta, \gamma$  の代数的な求解は不可能であるため、以下の方法で求解する。まず、式 (3) の両辺を  $\delta t$  で割り、 $\delta$  を  $d$  に置き換えれば、速度に関する次の微分方程式が得られる。

$$\frac{dx}{dt} = J^{-1} \cdot \frac{dc}{dt} \quad (4)$$

式 (4) において、 $c_i = M_i \cdot t + M_{i0}$  ( $M_i, M_{i0}$ : 定数) とおき、 $t$  で微分すると、

$$\frac{dc_i}{dt} = M_i$$

よって、

$$\frac{dc}{dt} = \begin{bmatrix} M_0 \\ M_1 \\ M_2 \\ M_3 \\ M_4 \\ M_5 \end{bmatrix}$$

順運動学計算のプログラム中では、

$M_{i0}$ : 直動機構*i*軸の初期位置 (mm)

$M_i$ : 直動機構*i*軸の初期位置からの移動量 (mm)

$t$  の初期値は 0, 最終値は 1 とした。

$t=0$  のとき

$(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma) = (X_0, Y_0, Z_0, A_0, B_0, \Gamma_0)$

$c_i = M_{i0}$  となる。

$t = t_k$  の時点での  $x$  の値を  $x(t_k)$  とすると、

$t = t_k + \Delta t$  の時、

$$x(t_k + \Delta t) \doteq x(t_k) + \frac{dx(t_k)}{dt} \Delta t \quad (5)$$

となる。これを、 $t=0$  から、 $t=1$  になるまで、適当な  $\Delta t$  を定めて計算する。

実際のプログラムでは、式(5)をより高度化したルンゲ・クッタ法により計算した。ルンゲ・クッタ法とは、以下の方法である。

$$x(t_k + \Delta t) \doteq x(t_k) + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

$$k_1 = f(t_k, x(t_k))\Delta t$$

$$k_2 = f\left(t_k + \frac{1}{2}\Delta t, x(t_k) + \frac{1}{2}k_1\right)\Delta t$$

$$k_3 = f\left(t_k + \frac{1}{2}\Delta t, x(t_k) + \frac{1}{2}k_2\right)\Delta t$$

$$k_4 = f(t_k + \Delta t, x(t_k) + k_3)\Delta t$$

以上の方法を用いて計算した結果、 $\Delta t$ を 1/128 とおくと、前述の逆運動学の入出力値と比較して、誤差 0.001 以内、すなわち、誤差 1  $\mu$ m 以内の解が得られた。

## 5. 動作特性解析

試作機の速度、分解能は、リンク長さなどの設計パラメータに依存する。エンドエフェクタで得

られる速度および分解能は、使用したアクチュエータの最高速度と分解能を用いて、微小運動学により推定できる。

直動機構の最高速度を 1000mm/s、分解能を 0.01 mm とした場合、動作領域中心および動作領域周辺域におけるエンドエフェクタの水平方向の最高速度および分解能は、Table 1 に示すように推定された。これより、リンクの長さが増加すると、速度は速くなり、分解能は悪くなるのがわかる。ただし、垂直方向の最高速度と分解能は、アクチュエータに依存することは自明である。

Table 1 Velocity, resolution of end effector

center $(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma) = (0, 0, 200, 0, 0, 0)$				
Lc (mm)		600	800	1000
velocity (mm/s)	dir. X	1492.7	2199.3	2862.1
	dir. Y	1430.4	2107.5	2742.6
resolution (mm)	dir. X	0.078	0.114	0.149
	dir. Y	0.042	0.062	0.081
edge $(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma) = (200, 0, 200, 0, 0, 0)$				
Lc (mm)		600	800	1000
velocity (mm/s)	dir. X	494.6	1118.3	1594.9
	dir. Y	1219.8	1970.7	2638.9
resolution (mm)	dir. X	0.086	0.119	0.151
	dir. Y	0.049	0.067	0.085

## 6. 静力学とアクチュエータ負荷推定

### 6.1 機構に働く力と、その位置

Fig. 2 に、本機の移動部とそれらの重心(●)を示す。以下に、それぞれの部分の定義を示す。

#### ①アクチュエータ移動部

アクチュエータの移動部と、それに対して相対位置を変えない部分。この部分の位置ベクトルを基準座標で記述すると、 $(X_{bi} Y_{bi} Z_{bi} + c_i)^T$  となる。

この部分の質量を  $M_a$  とする。

#### ②エンドエフェクタ部

エンドエフェクタと、それに対して相対位置を変えない部分. エンドエフェクタ部の重心位置をハンド座標系で記述したものを  $({}^hX_e, {}^hY_e, {}^hZ_e)^T$  とし, ハンド座標の方向を  $3 \times 3$  行列  $R$  で表すものとする. この位置を基準座標で記述すると,

$(x \ y \ z)^T + R({}^hX_e, {}^hY_e, {}^hZ_e)^T$  となる.

この部分の質量を  $M_e$  とする.

### ③リンク部

リンクと、それに対して相対位置を変えない部分とする. リンク部の重心は, リンクの中心にあると仮定する. リンク  $i$  の重心位置を基準座標系で記述すると,

$\{ (x \ y \ z)^T + R({}^hX_{ei}, {}^hY_{ei}, {}^hZ_{ei})^T + (X_{bi}, Y_{bi}, Z_{bi} + c_i)^T \} / 2$  となる.

この部分の質量を  $M_i$  とする.

## 6.2 静力学によるアクチュエータの負荷推定

各アクチュエータで垂直方向に発生する力を  $t_i$  とする. 機構全体が力学的に平衡状態にあると仮定して, アクチュエータ及びエンドエフェクタがそれぞれ  $\delta c_i, \delta x$  だけ微小運動を行ったとすると, 仮想仕事の原理より機構全体が行う仕事は次のようになる.

$$\sum_{i=0}^5 t_i \delta c_i = \sum_{i=0}^5 M_{e,i} g \delta c_i + (0 \ 0 \ M_e g) \left\{ \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{bmatrix} + \delta R \begin{bmatrix} {}^hX_e \\ {}^hY_e \\ {}^hZ_e \end{bmatrix} \right\} + (0 \ 0 \ M_1 g) \left\{ \frac{1}{2} \sum_{i=0}^5 \left[ \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{bmatrix} + \delta R \begin{bmatrix} {}^hX_{ei} \\ {}^hY_{ei} \\ {}^hZ_{ei} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \delta c_i \end{bmatrix} \right] \right\} \quad (6)$$

本機の場合,

$$\sum_{i=0}^5 ({}^hX_{ei}, {}^hY_{ei}, {}^hZ_{ei})^T = \mathbf{0}, \quad {}^hX_e = {}^hY_e = 0$$

となるので, これらを式(6)に代入して整理すると,

$$\delta \mathbf{c}^T \begin{bmatrix} t_0 \\ t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \end{bmatrix} = \delta \mathbf{c}^T \left( M_e g + \frac{M_1 g}{2} \right) + \delta \mathbf{x}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M_e g + 3M_1 g \\ 0 \\ M_e g (-\sin \beta \cos \gamma {}^hZ_e) \\ M_e g (-\sin \beta \cos \gamma {}^hZ_e) \end{bmatrix}$$

式(2)より,  $\delta \mathbf{c}^T = \delta \mathbf{x}^T \mathbf{J}^T$  となるので, 各アクチュエータに発生する負荷は次式で示される.

$$\begin{bmatrix} t_0 \\ t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \end{bmatrix} = \left( M_e g + \frac{M_1 g}{2} \right) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + (\mathbf{J}^T)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M_e g + 3M_1 g \\ 0 \\ M_e g (-\sin \beta \cos \gamma Z_e) \\ M_e g (-\sin \beta \cos \gamma Z_e) \end{bmatrix} \quad (7)$$

また, アクチュエータ負荷の和は, エンドエフェクタの位置姿勢に関わらず, 機構移動部の合計質量と同じになるため, 次式が成立する.

$$\sum_{i=0}^5 t_i = (6M_e + M_e + 6M_1)g \quad (8)$$

## 6.3 アクチュエータ負荷の測定方法

アクチュエータ負荷の測定は, 以下の方法で行った.

- ① エンドエフェクタの位置と方向を乱数によって無作為に決め, エンドエフェクタがその位置と方向になるようにアクチュエータを動かす.
- ② アクチュエータ  $i$  のサーボロックを解除する. これで, アクチュエータ  $i$  は手で自由に動かせる.
- ③ アクチュエータ  $i$  を手でもとの位置に戻し, そのときにアクチュエータにかかる垂直方向の負荷をバネばかり (分解能 2N) で測定する.

また, ボールねじの摩擦力の影響を排除するために, ③で, バネばかりの値の最大値と最小値をとり, その平均をアクチュエータ  $i$  の負荷とした.

## 6.4 計算値と実測値の比較

アクチュエータ負荷の実測値と, 静力学計算から推定した値との差を比較した結果を Fig. 3 に示す. 統計値は, 以下である.

測定点	21
データ数	126
誤差の平均値 (N)	0
誤差の標準偏差 (N)	2.0
絶対誤差の最大値 (N)	6

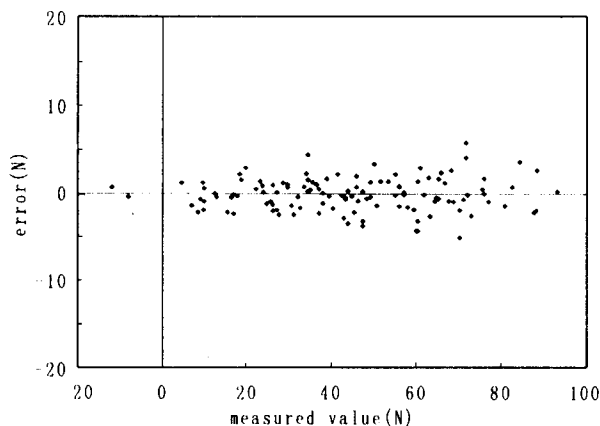


Fig. 3 Relationship between measured value and error which happen from calculation one.

誤差の主な原因は、以下の影響による計測結果のばらつきと考えられる。

- ①機構可動部の摩擦力，ガタ，機構の寸法誤差
- ②実測値の計測に用いたバネばかりの分解能

このことは、式(8) から常に同じ値となるべき6本のアクチュエータ負荷の合計が、以下のとおり誤差を持つことから考えられる。

データ数	21
アクチュエータ負荷合計の平均値 (N)	265
アクチュエータ負荷合計の標準偏差 (N)	3.9
平均値からの絶対誤差の最大値 (N)	7

### 6.5 考察

推定計算と実測値の差は、最大で10%以内に収まっている。測定器の精度などを考慮すれば、検討した静力学計算式は妥当なものと考えられる。

このことから、垂直直動型パラレルメカニズムは、要求される負荷条件から機構部品の仕様など、設計パラメータを決めることができる。

## 7. 結 言

本研究において、以下の結果を得た。

- (1) 垂直直動型パラレルメカニズムの逆運動学式より微小運動学式を導き、順運動学解析を行った。
- (2) 順運動学式から、エンドエフェクタにおける最高速度と分解能の推定計算ができることを示した。
- (3) 系全体に働く静的な力のバランスを考慮して、仮想仕事の原理から、アクチュエータ負荷の推定計算を行う静力学式を導いた。
- (4) アクチュエータ負荷の推定計算値と実測値の比較を行い、計算手法が妥当なものであることを確認した。
- (5) 以上の結果は、パラレルメカニズムを設計する場合、直動機構の選定や各種設計パラメータに反映させることができる。

## 謝辞

本研究の実施にあたり、ご指導を頂いた機械技術研究所ロボット工学部自律制御研究室新井健生室長（現大阪大学）に深く感謝いたします。

## 参考文献

- 1) 増田他：“垂直直動型パラレルメカニズムの開発”，日本機械学会東海支部講演論文集，No. 973-1 (1997)，323～324．
- 2) 新井健生：“静力学特性に基づくパラレルリンクマニピュレータの解析と統合”，日本ロボット学会誌 vol. 10, No. 4 (1992)，526～533．