

# 垂直直動型パラレルメカニズムの運動特性

増田 峰知\*, 藤原 基芳\*, 田畑 康晴\*\*,  
西村 正彦\*\*, 岡本 康男\*\*\*, 加藤 典彦\*\*\*\*

## Motion Properties of Pararell Mechanism by Six Vertical Fixed Linear Actuators

by Takanori M A S U D A, Motoyoshi F U J I W A R A,  
Yasuhara T A B A T A, Masahiko N I S H I M U R A  
Yasuo O K A M O T O and Norihiko K A T O

To design parallel mechanism actuated by vertically fixed linear actuators, it is necessary to analyze motion properties. The acceleration and singularity are typical motion properties. In this paper the acceleration is evaluated by three methods, kinematics, experiments and an easy estimation which is compared end-effector's common. Judging from this, all these methods generate right results. The singularity can be analyzed by calculating determinant of Jacobean matrix. Computer simulation shows the distribution of determinant in a x-y plane, then the parallel mechanism's singularity is evaluated by using the ratio of singular position area to the movable area. Extension of the connecting rods and limited rotation angle of the end-effector are effective to reduce the singularity.

Keywords : parallel mechanism, kinematics, acceleration, Jacobean, singularity

### 1. はじめに

パラレルメカニズムは、高精度、高出力を特徴とし、重量物搬送や高精度組立への応用が期待されている。前報で開発した垂直直動型パラレルメカニズム<sup>1)</sup>は、垂直に配置された6本の直動型アクチュエータにより、エンドエフェクタを制御する直動固定型であり、逆運動学計算が簡単であることや水平方向の設置スペースが少ないなど、より実用的な特徴を持っている。垂直直動型パラレルメカニズムの全体概要を図1に、試作

機全景を図2に、試作機の設計値を表1に示す。

パラレルメカニズムなどのマニピュレータ機構の設計には、加速度や運動特性の把握が必要である。既報<sup>1)</sup>において、著者らは、動作領域内の位置（例えば、中心部と周辺域）により、得られる速度や分解能などの運動特性が異なることを示した。このことは、加速度においても同様と推測されるが、加速度特性が実験的に報告されている例は少ない。

また、一般にパラレルメカニズムは、その動作領域内に特異点が存在することが知られ、伸縮型のパラレルメカニズム（スチュワートプラットフォーム）については、多くの報告<sup>3)~7)</sup>がされている。しかし、直動固定型パラレルメカニズムの特異点に関する報告は、ほとんどない。

\* 三重県金属試験場

\*\* 研究指導室機械電子チーム

\*\*\* 三重県窯業試験場

\*\*\*\* 三重大学

本報では、垂直直動型の平行メカニズムについて、同機構の一般運動学式からアクチュエータとエンドエフェクタの微小運動の関係を導き、この関係から、加速度特性と特異点について考察を行った、加速度特性は、3通りの手法（運動学式からの推定、3軸加速度センサを用いた実測、拡大係数法による推定）で比較検討を行い、各手法を検証した。次に特異点については、任意平面における特異点領域の面積率を評価指標として用い、得異なる状態を回避するための設計指針を求めた。

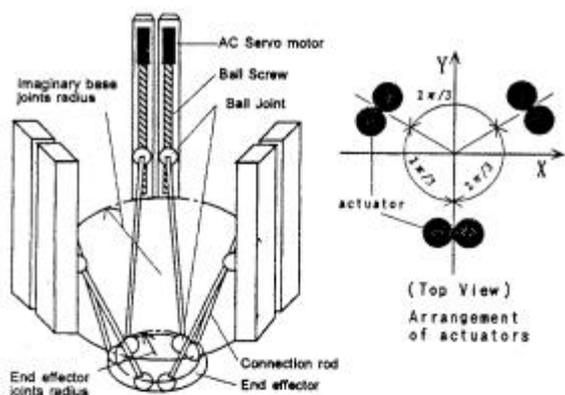


fig. 1 Parallel mechanism by six vertical fixed linear actuators

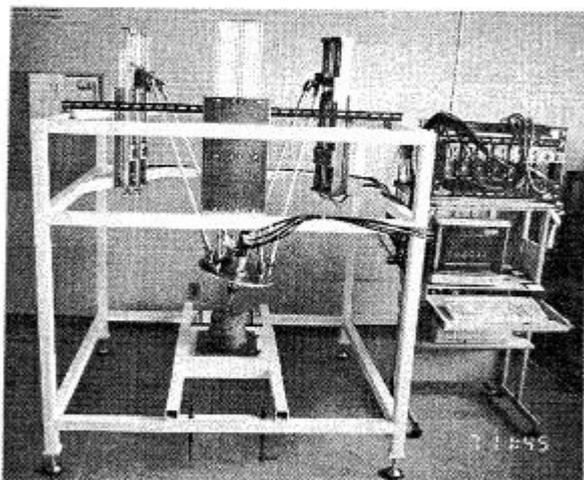


fig. 2 The prototype manipulator

Table. 1 Design parameters

Imaginary base joints radius	450 mm
End-effector joints radius	150 mm
Connection rod length	750 mm
Available actuator stroke	400 mm

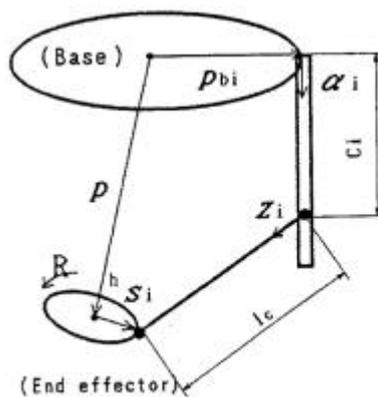


fig. 3 Geometry of kinematics

## 2. 垂直直動型平行メカニズムの運動学

垂直直動型平行メカニズムの原理図を図3に示す。計算に用いる記号の定義は、以下のとおりである。ベース座標系の原点は、仮想ベース中心とし、ハンド座標系の原点は、エンドエフェクタ中心とした。エンドエフェクタ中心を示す位置ベクトルを、ベース座標系に示し  $p$ 、エンドエフェクタの姿勢に、ハンド座標系原点からのロール、ピッチ、ヨー角を用い、 $z$  軸周りに  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  軸周りに  $\theta$ 、 $\phi$ 、 $\psi$  で示し、その回転行列は、ベース座標系で示し  ${}^bR_h$  とした。仮想ベースジョイントの位置を、ベース中心からの位置ベクトル  $p_{bi}$  で表す。エンドエフェクタジョイントの位置は、エンドエフェクタ中心からの位置ベクトルをハンド座標系で示し  ${}^h s_i$  とした。直動アクチュエータ  $i$  ( $i$  は、軸番号を示し、以下  $i = 0 \sim 5$  とする) の方向を示す単位ベクトルは、仮想ベースジョイントの基準位置からのベクトル  $a_i$ 、制御量はスカラー  $c_i$ 、連結ロッド  $i$  の方向を示す単位ベクトルは、ベース側からエンドエフェクタ側に向かうベクトル  $z_i$ 、連結ロッドの長さはスカラー  $l_c$  とした。

一般運動学式<sup>2)</sup>は、ベースとエンドエフェクタの対偶点を結ぶ関係から式(1)で表される。

$$p + {}^bR_h {}^h s_i - p_{bi} = c_i \alpha_i + l_c z_i \quad (1)$$

式(1)の両辺を微分し、微小運動の関係を表すと式(2)となる。

$$\delta p + \delta {}^bR_h {}^h s_i + {}^bR_h \delta {}^h s_i - \delta p_{bi} = \delta c_i \alpha_i + c_i \delta \alpha_i + \delta l_c z_i + l_c \delta z_i \quad (2)$$

ここで左辺第3、4項、右辺第2、3項は、機構各部の誤差成分であり、微小運動学式では考慮しないこ

ととする。式(2)の両辺と  $z_i$  の内積をとり整理すると式(3)となる。

$$z_i^T \delta p + ({}^b R_n^h s_i \times z_i)^T \delta \Omega = z_i^T a_i \delta c_i \quad (3)$$

但し  $z_i^T \delta z_i = 0, \delta {}^b R_n^h = \delta \Omega \times {}^b R_n^h$  ( $\times$ は外積)  
 $\delta p = (\delta x \ \delta y \ \delta z)^T, \delta \Omega = (\omega x \ \omega y \ \omega z)^T$

式(3)は、ヤコビ行列を用い(4)のように表現できる。これは、アクチュエータとエンドエフェクタの微小運動の関係を示している。

$$J_1 \delta e = J_2 \delta c \quad (4)$$

但し、

$$J_1 = \begin{bmatrix} z_1^T ({}^b R_n^h s_1 \times z_1)^T \\ \vdots \\ z_n^T ({}^b R_n^h s_n \times z_n)^T \end{bmatrix}, J_2 = \begin{bmatrix} z_1^T a_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & z_n^T a_n \end{bmatrix}$$

### 3. 加速度分布の評価

#### 3.1 運動学式から求めた加速度特性

式(4)より、エンドエフェクタでの加速度は、式(5)となる。

$$\ddot{e} = J \dot{c} + J \ddot{c} \quad (J = J_1^{-1} J_2) \quad (5)$$

ここで、エンドエフェクタの瞬間速度が0になる位置を想定すると、式(5)右辺第1項は0ベクトルとなる。この条件で式(5)を変形すると式(6)となる。

$$\ddot{c} = J^{-1} \ddot{e} \quad (J^{-1} = J_2^{-1} J_1) \quad (6)$$

一般にパラレルメカニズムの運動は、エンドエフェクタの運動からアクチュエータの運動を求める方向において解が一意に決まるため、各アクチュエータの加速度の指令は、その動作量の応じて比例配分される。よって、式(5)右辺に入力する加速度値は、式(6)中のヤコビ逆行列の列値(例えば、X軸方向なら第1列)に比例したものと解釈できる。具体的には、列中の最大値をアクチュエータの最大加速度に設定し、各軸の加速度設定値は、列値に応じた比例配分とする。これらより、X、Y軸方向にそれぞれ単独に運動する時の各アクチュエータの加速度は、それぞれ式(7)、(8)で示すことができる。

$$\ddot{c}_x = (c_x J_{11}^{-1} \dots c_x J_{1n}^{-1})^T \quad c_x = c_a / \max. (|J_{11}^{-1}|, \dots, |J_{1n}^{-1}|) \quad (7)$$

$$\ddot{c}_y = (c_y J_{21}^{-1} \dots c_y J_{2n}^{-1})^T \quad c_y = c_a / \max. (|J_{21}^{-1}|, \dots, |J_{2n}^{-1}|) \quad (8)$$

但し、 $c_a$  はアクチュエータ単体の最大加速度  
 $j_{ij}$  は  $j$  の  $i$  行  $j$  列の要素

本機で使用したアクチュエータの最大加速度を4.0Gとした時、エンドエフェクタに発生する加速度は、(7)、(8)式より、X軸方向を図4にY軸方向を図5に示す分布となった。ピーク値は、中心部で8G以上となった。

発生分布に見られる特徴は、X軸方向の運動では、 $X = 0$  近辺で高い加速度値を得て、Y座標の違いによる影響は小さく、Y軸方向の運動では、 $Y = -50$  近辺に高い加速度値を得て、X座標の違いによる影響は小さかった。XとY方向でのピーク発生位置が違うのは、アクチュエータの配置の違いによるもので、アクチュエータはY軸を中心に対象に配置されているからと考えられる。X軸方向の運動では、 $X = 0$  の位置で、Y軸方向の運動では、 $Y = -50$  の位置で各エンドエフェクタの1動作中のアクチュエータ移動量が均等に近づくため、ここがピークになったと考えられる。

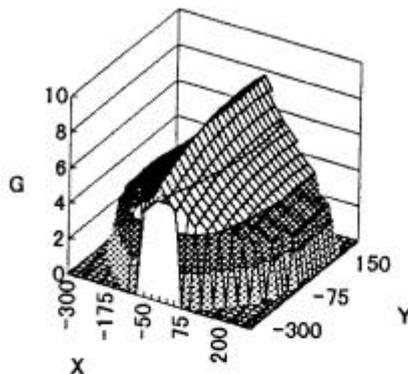


fig. 4 Distribution of acceleration (dir. X) by kinematics

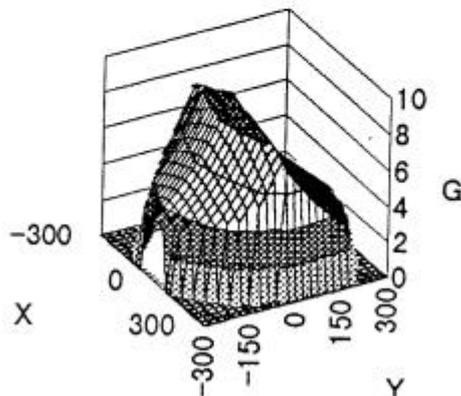


fig. 5 Distribution of acceleration (dir. Y) by kinematics

#### 3.2 センサによる加速度の実測

加速度センサによる実測は、運動学から推定した結果の妥当性の評価と、実際に手先に発生できる加速度の測定値を得るための二つの目的から実施した。測定は、エンドエフェクタ中心に取りつけた3軸加速度セ

ンサ（定格±25G，応答周波数1kHz）を用いた．計測位地は，Z=150（mm）の平面上で，X，Yをそれぞれ-200~200（mm）（但し，動作領域は除く），測定ピッチ50（mm）の格子の位置とした．計測は，X，Yそれぞれの方向に独立に振幅±50（mm）で7往復させ，アナログ電圧に変換された加速度値をペンレコーダに記録した．加速度は，発生した正負それぞれの7回ずつのピークの絶対値を平均したものとした．実測された加速度分布について，X軸方向に運動させたものを図6に，Y軸方向を図7に示す．ピーク値は，中心部で6.7G程度であった．

実測で得られた結果（図4，5）と運動学から推定した結果（図6，7）を比較すると，加速度発生分布の特徴は，共通の傾向を示した．ただし，実測値の方がピーク付近で低めの値となったが，これは，ペンレコーダを含む計測系全体で，高周波成分がカットされた影響がでたものと考えられるため，運動学からの加速度推定手法は，妥当なものと考えられる．

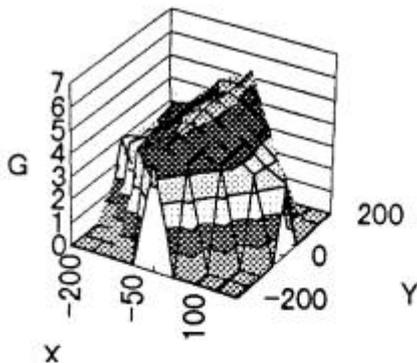


fig. 6 Distribution of acceleration (dir. X) by measurement

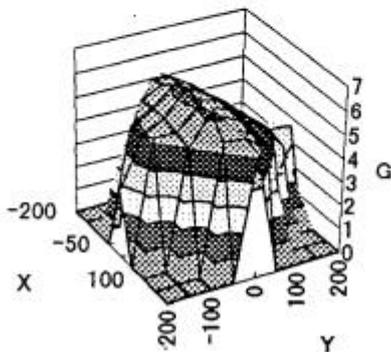


fig. 7 Distribution of acceleration (dir. Y) by measurement

### 3.3 拡大係数法による加速度分布の推定

パラレルメカニズムにおいてスムーズな動作を実現するためには，各アクチュエータの最高速度や加速度は，最も移動距離が長くなる軸を最大にし，各軸の移

動距離の割合に応じた配分になるように設定する必要がある．そのため，エンドエフェクタにおける発生加速度は，最長移動を分担するアクチュエータの能力を拡大し変換したものとも考えることができる．

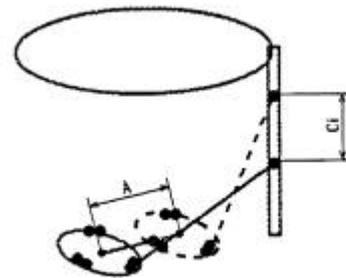


fig. 8 Concept of magnifying movement

図8に示すように，空間中の任意2点を移動する時のエンドエフェクタ移動距離（A）アクチュエータの移動距離（ $c_i$ ）の最大値で割り無次元化した拡大係数Tを考え，式(9)で示す．

$$T = |A| / \max. (|c_0|, \dots, |c_s|) \quad (9)$$

式(9)に，アクチュエータの加速度（4.0G）を乗じて推定したエンドエフェクタの加速度発生分布について，X軸方向に運動させたものを図9に，Y軸方向を図10に示す．

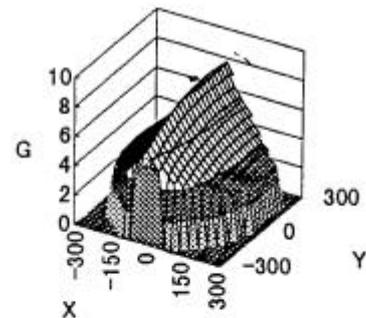


fig. 9 Distribution of acceleration (dir. X) by magnifying ratio

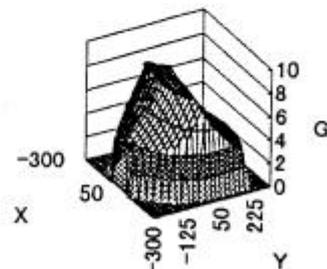


fig.10 Distribution of acceleration (dir. Y) by magnifying ratio

得られた結果，運動学から推定した図4，5の結果と酷似しており，実測値（図6，7）と比較しても妥当なものと判断できる．この手法は， $|A|$ の与え方により得られる値に幅があり，解の厳密性には欠けるが，簡単な幾何学的関係により求められる逆運動学のみを用い推定できるため，計算時間も少なく，簡便な手法として利用が期待できる．

#### 4. 特異点の評価

##### 4.1 パラレルメカニズムの特異点

特異点は，クランク機構の死点のように，自由度が退化する点であり，機構設計上避けるべき位置である．パラレルメカニズムの特異点は，その挙動の特徴から，シリアル機構に共通するもの（エンドエフェクタのある方向／軸回りの運動ができなくなる型の特異点）と，パラレル機構に特有なもの（エンドエフェクタのある方向／軸回りに力を発生できなくなる型の特異点）の2種に分けて考えられる<sup>5)</sup>．

垂直直動型の場合のこれらについては，式(4)の微小運動の関係から評価できる．

##### 4.2 シリアル機構に共通する特異点

式(4)の右辺が0になることを定性的に解釈すると，エンドエフェクタのある方向，軸回りの運動が失われることを示している．これは，シリアル機構にも共通する特異点で，式(4)中のヤコビ行列 $J_2$ の行列要素の一つ以上が0になる場合である．これは，連結ロッドとアクチュエータの内積が0になる場合である．これは，図11に示すようにそれらのなす角が $\pi/2$ の状態を表している．

これらのことから，シリアル機構に共通する特異点を回避するには，連結ロッド長さをアクチュエータ配置間隔に比べ，適当な長さ以上に保てばよいことが自明的に判る．試作機的设计値においては，この型の得異点は，その動作領域内に存在しない．

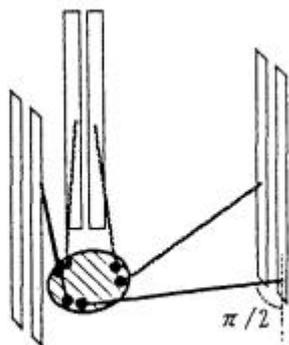


fig.11 Illustration of lost motion singularity

##### 4.3 パラレルここうに特有の特異点

式(4)左辺が0になることを定性的に解釈すると，アクチュエータの運動がエンドエフェクタに影響を及ぼさない，言い換えれば，アクチュエータに無限大の出力が要求されることを示している．これは，シリアル機構にはないパラレル機構特有の特異点で，機構設計上，必ず避けなければならない点である．ここで，式(4) $J_1$ の行列式を計算し仮操作性を評価する．具体には，エンドエフェクタに任意の回転成分を入力した条件で， $x-y$ 平面上の $\det J_1$ の分布を検討する．計算に用いた $x-y$ 平面は，動作空間の中心である $z=200$  (mm)の位置とした．図12, 13は，その例で，エンドエフェクタに回転を与えない場合 $(0, 0, 0)$  (rad)と，任意の回転を与えた場合 $(0.5, 0.8, 0.8)$  (rad)について， $\det J_1$ の分布を示している．

図12において，動作領域中心付近の $\det J_1$ が高い値を示しているところが，可操作度が高いところにあたる．図13に見られる正負の境界線( $\det J_1 = 0$ )が，パラレル機構に特有の特異点の集合である．しかし，実際の制御では，動作の連続性が必要になるため，

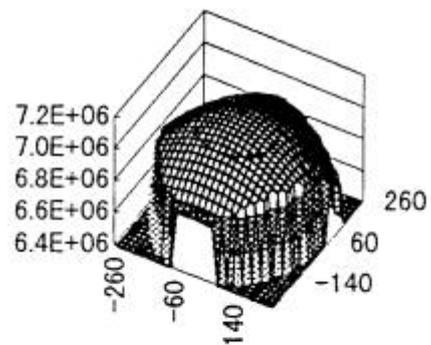


fig.12 Distribution of  $\det J_1$  with rotation  $(0, 0, 0)$

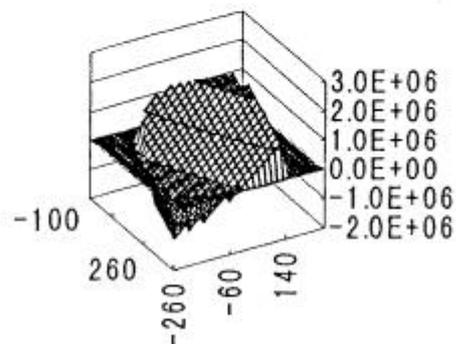


fig. 13 Distribution of  $\det J_1$  with rotation  $(0.5, 0.8, 0.8)$

det  $J_1 = 0$  の領域を特異点領域として考える必要がある。これらのことから、特異点の評価指標を、「任意の  $x-y$  平面における可動領域面積に対する特異点領域の面積率」とし、その特徴を検討した。図14は、エンドエフェクタを  $x$  軸回りにのみ回転させた時の特異点領域の面積変化率である、試作機的设计値では、回転角が約  $0.7$  (rad) 以上で特異点領域が発生し、回転角の増加とともに、特異点領域は増加した。

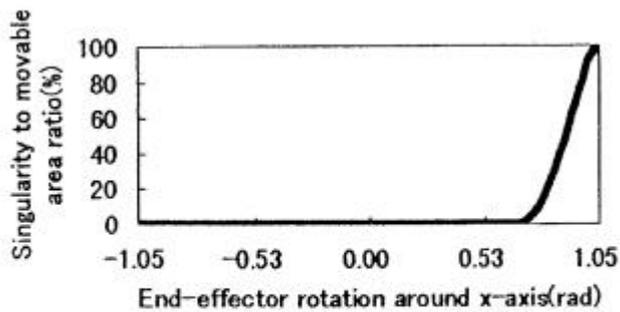


fig.14 Singularity to movable area ratio by changing end-effector rotation around x-axis

図15は、連結ロッドの長さを変化させた時の特異点領域の面積変化率である。評価例の条件は、 $l_1 = l_2 = l_3 = l_4$  とした。図より、連結ロッドを長くすると、特異点領域面積率に占める割合が小さくなるが判った。連結ロッドを長くすることは、特異点の回避に有効だけでなく、動作領域の拡大や速度も向上するが、エンドエフェクタでの精度は劣化<sup>1)</sup>する。これらのことから、平行メカニズムを設計するときには、特異点だけでなく速度や精度を総合的に判断する必要がある。

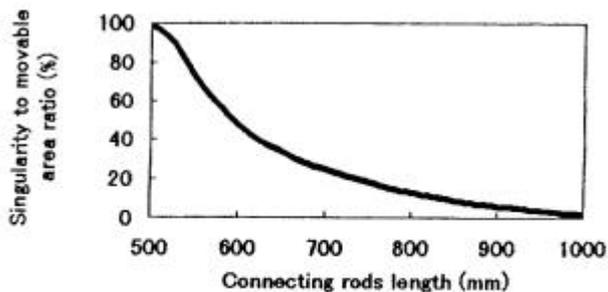


fig.15 Singularity to movable area ratio by changing connecting rods length

図16は、特異点に近づいた時の挙動例である。この位置では、2本のリンクで囲まれた面とエンドエフェクタ面が平行に近づく。この位置に近づけた時の試作機の挙動は、2面が重なる位置付近で面に垂直な方向

に発振を始め、間もなくアクチュエータが過負荷によるサーボエラーとなる様子を示した。

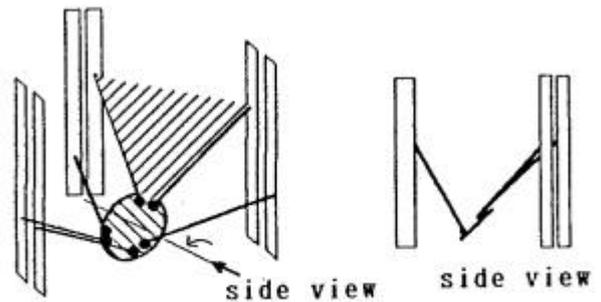


fig.16 Illustration of lost force and/or moment singularity

## 5. まとめ

垂直直動型平行メカニズムの運動特性について、下記の知見を得た。

- (1) 加速度の発生分布を見るために、「運動学からの推定」、「センサによる実測」、アクチュエータとエンドエフェクタの動作量を比較して得た「拡大係数法による推定」の3手法を行った。得られた結果は加速度の発生分布やピーク部の特徴などが共通した傾向を示した。これらのことより、運動学及び拡大係数法を用いた加速度の推定手法は、妥当なものと判断できる。
- (2) 加速度は、 $X$  軸方向の運動において、 $X = 0$  近辺で高い加速度値を得て、 $Y$  座標の違いによる影響は小さく、 $Y$  軸方向の運動において、 $Y = -50$  近辺に高い加速度値を得て、 $X$  座標の違いによる影響は小さかった。 $X$  と  $Y$  方向でのピーク発生位置の違いは、アクチュエータの配置の違いによるものと考えられる。 $Y$  軸方向の運動では、 $Y = -50$  の位置で各アクチュエータの1動作中の移動量が均等に近づくためここがピークになったと考えられる。
- (3) 加速度のピーク値は、運動学からの推定では  $8G$  以上となるが、実測では、 $6.74G$  程度であった。
- (4) 拡大係数法は、解の厳密性には欠けるが簡単な幾何のみで計算することができ、他の2種の手法と比較シても妥当な手法と認められることから、実際の機構設計時には、簡易な推定手法になる。
- (5) エンドエフェクタとアクチュエータの微小運動の関係から、特異点の挙動特徴を整理し、実験的に確認した。
- (6) シリアル機構と共通する特異点は、連結ロッドが、アクチュエータと垂直にならないよう配慮すること

で避けられる。

- (7) パラレル機構に特有な特異点は、任意の  $x-y$  平面における可動領域面積に対する特異点領域の面積率が、特異点の評価指標になる。
- (8) パラレル機構に特有な特異点は、エンドエフェクタに回転角が大きくなると発生し、回転角が大きくなるにつれ増加する。このことより、この型の特異点からの回避には、回転角の制限が有効である。
- (9) 連結ロッドを長くすることは、シリアル機構にも共通する特異点と、パラレル機構特有の特異点の両方の回避に有効な手法である。

### 謝辞

本研究を実施するに当たり、ご指導いただきました大阪大学基礎工学部 新井健生教授、実験に協力いただいた三重大学 西ノ平志子氏に感謝いたします。

### 参考文献

- 1) 増田他：垂直直動型パラレルメカニズムの開発と

その諸特性，ロボティクスメカトロニクス講演会 '97講演論文集，(1997)，491

- 2) 新井，T．Ropponen：パラレルリンクマニピュレータの一般化運動学と誤差解析，H7.6.14 - 15 機械技術研究所研究発表会概要，(1995)，38
- 3) 津坂・福泉・井上：パラレルマニピュレータの設計と機構特性，日本ロボット学会誌，5 - 3 (1987)，180
- 4) 新井：静力学特性に基づくパラレルリンクマニピュレータの解析と統合，日本ロボット学会誌，10 - 4 (1992)，526
- 5) 舟橋：ロボット機構としてのパラレルメカニズム，日本ロボット学会誌，10 - 6 (1992)，699
- 6) 杉本：構の特異点に関する考察，日本ロボット学会誌，11 - 4 (1993)，550
- 7) 武田・舟橋：パラレルマニピュレータの特異点とその近傍における運動特性および静力学特性，機械学会論文集C編，60 - 570 (1994)，337