

直動固定型パラレルメカニズムの動作領域シミュレーション

田畑 康晴* , 西村 正彦* , 藤原 基芳**
増田 峰知** , 岡本 康男*** , 加藤 典彦****

Simulation of Movable Area of Parallel Mechanism
by Six Fixed Linear Actuators

by Yasuharu T A B A T A , Masahiko N I S H I M U R A ,
Motoyoshi F U J I W A R A , Takanori M A S U D A ,
Yasuo O K A M O T O and Norihiko K A T O

We developed the parallel mechanism whose six linear actuators were fixed vertical, and showed its invert kinematics and differential kinematics to calculate its characteristics. This report shows the method of simulating the movable area of parallel mechanism whose actuators are fixed at any angles. By setting its measurements and rotation angles of an end effector, the movable area of an end effector is easily shown. Extension of the connection rods and limited rotation angles are effective to enlarge the movable area.

Key words : parallel mechanism, invert kinematics, singularity, interference, movable area

1. はじめに

パラレルメカニズムは、シリアルメカニズムと比較し、高出力、高剛性、高負荷などの特徴を持つが、同時に動作範囲が狭いなどの短所がある。その動作特性はエンドエフェクタの位置・方向によっても大きく変化する。そのため機構設計は使用目的に応じたバランスのよいものが必要とされる。著者らは図1に示す、アクチュエータ垂直に配置した、垂直直動固定型パラレルメカニズムを開発し、機構の逆運動学式、微小運動学式、静力学式を示して動作特性の検討を行った¹⁾²⁾。この中で動作領域は、三次元空間における単純な幾何計算から逆運動学式を立てることで、おおよそ把握す

ることができることを確認した。

本報では、一般的な6本のアクチュエータを傾斜配置³⁾した直動固定型パラレルメカニズムに着目した。機構を動作させるとき、機構の干渉及び特異点への移動を避ける必要がある。これらを生じさせる位置と姿勢について検討し、動作シミュレーションに反映することで、より厳密な動作解析を行った。

2. 逆運動学

2.1 直動機構を傾斜配置させた場合の逆運動学

直動機構がベースプレート中心から放射状に傾斜配置されている直動型パラレルメカニズムを図2に示す。ベースプレート中心座標 B_0 をベース座標系の原点とし、エンドエフェクタ中心 E_0 をハンド座標系の原点とする。ベース座標系におけるエンドエフェクタ中心位置ベクトルを p とする。ハンド座標の姿勢は、ベース座標系に対するロール、ピッチ、ヨー角を用い、 z

* 研究指導室機械電子チーム

** 三重県金属試験場

*** 三重県窯業試験場

**** 三重大学

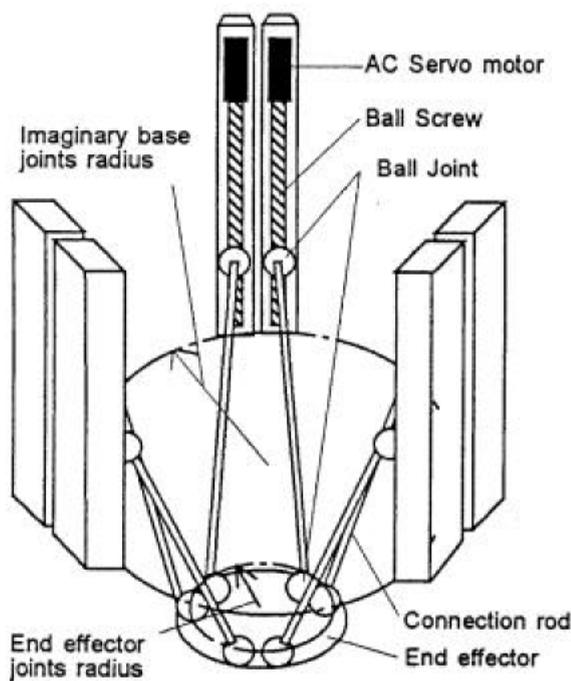


fig. 1 Parallel mechanism by six vertical linear actuators

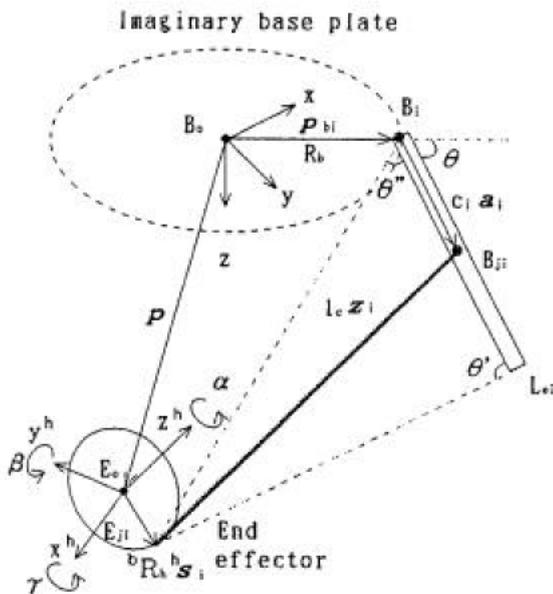


fig. 2 Geometry of invert kinematics

軸回りに α , y 軸周りに β , x 軸周りに γ で表す. また直動機構 i ($i = 0 \sim 5$) の単位方向ベクトルを a_i , ロッド i の単位方向ベクトルを z_i , エンドエフェクタの回転行列を ${}^b R_b$ (左肩の b はベース座標系表示), エンドエフェクタジョイント位置ベクトルを ${}^h s_i$ (左肩の h はハンド座標系表示) とする. このとき直動機構制御量 c_i に関し下記の式が成立する.

$$p + {}^b R_b {}^h s_i = p_{bi} + c_i a_i + l_c z_i \quad (1)$$

$$l_c z_i = p + {}^b R_b {}^h s_i - p_{bi} - c_i a_i$$

$$l_c^2 = c_i^2 - 2 c_i a_i \cdot (p + {}^b R_b {}^h s_i - p_{bi}) + (p + {}^b R_b {}^h s_i - p_{bi})^2$$

$$\text{ここで } L_i = p + {}^b R_b {}^h s_i - p_{bi}$$

とおくと上式は

$$l_c^2 = c_i^2 - 2 c_i a_i \cdot L_i + L_i^2$$

$$c_i^2 - 2 c_i a_i \cdot L_i + L_i^2 - l_c^2 = 0$$

ゆえに

$$c_i = a_i \cdot L_i \pm \sqrt{(a_i \cdot L_i)^2 - (L_i^2 - l_c^2)} \quad (2)$$

(2) 式の c_i は最大で 2 つの解を持つ. また直動機構の有効ストロークを l_c とすると c_i は, $0 \leq c_i \leq l_c$ を満たす必要がある. $0 \leq c_i \leq l_c$ を満たす解が 2 つ存在する場合にどちらを選択するかは, 2. 3 節に示す条件を考慮して決定する.

2. 2 2 ベース側ジョイントが直動機構上に存在する条件

シミュレーションにおいて, 最初にベース側ジョイントが直動機構の動作範囲内にあることを確認する. ベース側ジョイントが直動機構上に設定できることの確認は, 図 2 の各ポイント B_i, L_{ei}, E_{ji} を結んでできる三角形の形状から場合分けをして行う.

図 3 ~ 図 5 において

$$\theta' = \angle E_{ji} L_{ei} B_i$$

$$\theta'' = \angle E_{ji} B_i L_{ei}$$

とする.

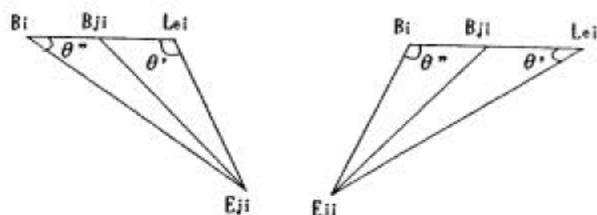


fig. 3 $\theta'' > \pi/2$ fig. 4 $\theta' > \pi/2$

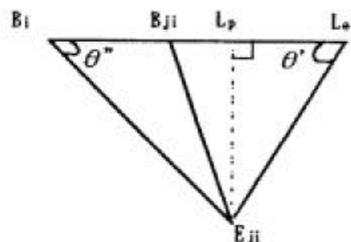


fig. 5 $\theta' > \pi/2, \theta'' > \pi/2$

図 3 は

$$0 \leq \cos \theta'' \leq 1, -1 \leq \cos \theta' \leq 0$$

の場合であり, このときベース側ジョイントが直動機

講上に存在する条件は

$$|E_{ji} L_{ei}| \leq 1c \leq |B_i E_{ji}| \quad (3)$$

図4は

$\cos \theta' = 0, \cos \theta'' = 1$ の場合であり，確認する条件としては

$$|B_i E_{ji}| \leq 1c \leq |E_{ji} L_{ei}| \quad (4)$$

図5は

$$0 < \cos \theta' < 1, 0 < \cos \theta'' < 1$$

の場合である．エンドエフェクタジョイン E_{ji} から直動機構 $B_i L_{ei}$ 上に下した垂線 $E_{ji} L_p$ の長さの連結ロッドの長さ $1c$ との比較となる．

$E_{ji} L_p$ については三角形 $E_{ji} L_p L_{ei}$ と三角形 $E_{ji} B_i L_{ei}$ との関係から

$$\begin{aligned} |E_{ji} L_p| &= |E_{ji} L_{ei}| \sin \theta' \\ |E_{ji} B_i|^2 &= |E_{ji} L_{ei}|^2 + l_a^2 \\ &\quad - 2|E_{ji} L_{ei}| l_a \cos \theta' \\ \sin \theta' &= \sqrt{1 - \cos^2 \theta'} \end{aligned}$$

となり，上3式を整理して，

$$|E_{ji} L_p| = |E_{ji} L_{ei}| \sqrt{1 - \left(\frac{|E_{ji} L_{ei}|^2 + l_a^2 - |B_i E_{ji}|^2}{2|E_{ji} L_{ei}| l_a} \right)^2} \quad (5)$$

として求まり，条件式は

$$|E_{ji} L_p| \leq 1c \leq |B_i E_{ji}| \quad (6)$$

$$|E_{ji} L_p| \leq 1c \leq |E_{ji} L_{ei}| \quad (7)$$

2.3 アクチュエータ制御量 c_i の解の選択について

(1) c_i の解が2つ存在する場合

2.1節で示した計算の結果，アクチュエータ制御量 c_i の解が2つ存在する場合，直動機構上をロッドが移動する過程で，特異点を通過しない方を選択する．特異点は，多間接口ボットと同様の特異点を想定している．すなわち，どのアクチュエータを動かしても，エンドエフェクタがある方向/軸回りに動作しないポイントである．ある直動機構 i とリンク i が直交するときがこのタイプの特異点である．直動機構と連結ロッドが結節点で成す角は x, y, z 空間における直動機構の単位方向ベクトル a_i とロッドの単位方向ベクトル z_i 内積により求められる．

現在のエンドエフェクタの位置を p_1 ，あるアクチュ

エータの制御量を c_{i1} ，連結ロッド i の単位方向ベクトルを z_{i1} ，連結ロッドと直動機構のなす角度を θ_{i1} とする．エンドエフェクタを p_2 の位置に動かすとき，アクチュエータ i に関して解の存在条件を満たす制御量が2つ存在すると仮定する．それらを c_{i2}, c_{i3} とし，それぞれの連結ロッドの単位方向ベクトルを z_{i2}, z_{i3} ，連結ロッドと直動機構の成す角を θ_{i2}, θ_{i3} とする．このとき

$$\cos \theta_{i1} = a_i \cdot z_{i1} \quad (8)$$

$$\cos \theta_{i2} = a_i \cdot z_{i2} \quad (9)$$

$$\cos \theta_{i3} = a_i \cdot z_{i3} \quad (10)$$

図6に移動の形態を示す．(a)は移動前の状態，(b)は移動先が特異点へ到達しない場合であり，移動過程で直動機構と連結ロッドのなす角度が $\theta/2$ 以下を保持している望ましい形態である．(c)は移動先が特異点となる場合である．この時 c_i の解は1つなので本節では除外する．(d)は特異点を通過して移動した場合を示している．

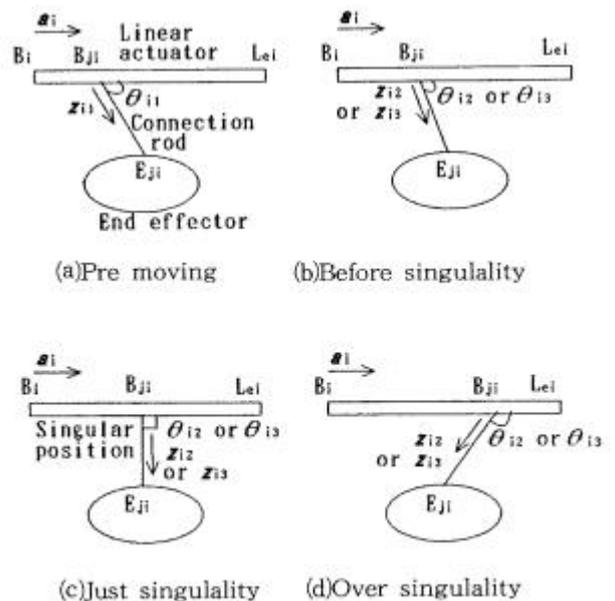


fig. 6 Illustration of rod's moving

2つの解 c_{i2}, c_{i3} について確認する条件としては

$$\cos \theta_{i1} * \cos \theta_{i2} > 0$$

$$\text{かつ } \cos \theta_{i1} * \cos \theta_{i3} < 0 \quad \text{の場合}$$

c_{i1} から c_{i2} への移動では特異点を通過しない．

c_{i1} から c_{i3} への移動では特異点を通過する．

よって c_{i2} を選択．

$$\cos \theta_{i1} * \cos \theta_{i2} < 0$$

かつ $\cos \theta_{i1} * \cos \theta_{i3} > 0$ の場合

c_{i1} から c_{i2} への移動では特異点を通る。

c_{i1} から c_{i3} への移動では特異点を通らない。

よって c_{i3} を選択。

(2) c_i の解が1つの場合

解が1つとなる場合は特異点なので、このときの p は動作範囲外とする。

3. 干渉条件

3.1 干渉条件の種類

動作中に発生すると考えられる機構の干渉としては次の3通りの場合が考えられる。

- ・ 連結ロッドと直動機構の干渉
- ・ 連結ロッド同士の干渉
- ・ 連結ロッドとエンドエフェクタの干渉

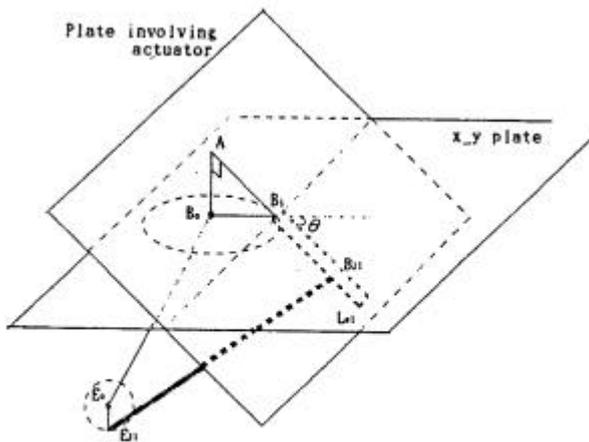


fig. 7 Illustration of plate involving actuator

3.2 連結ロッドと直動機構の干渉条件

図7に直動機構動作面を含む平面とロッド、エンドエフェクタ、ベースプレートの位置関係を、図8に B_0 と直動機構動作面を含む平面の位置関係について拡大図を示す。

図8で点 A_i は直動機構 i を含む直線と、点 B_0 からこの直線に降ろした垂線の交点である。ベクトル a_i は、 $B_0 A_i$ の単位方向ベクトル、 k 、 h は定数とする。

$$0 < \theta < \pi/2 \text{ のとき}$$

$$h a_i = p_{bi} + k a_i \quad (11)$$

であり直動機構単位ベクトル a_i と垂直であるから

$$a_i \cdot (p_{bi} + k a_i) = 0 \quad (12)$$

(12)式により

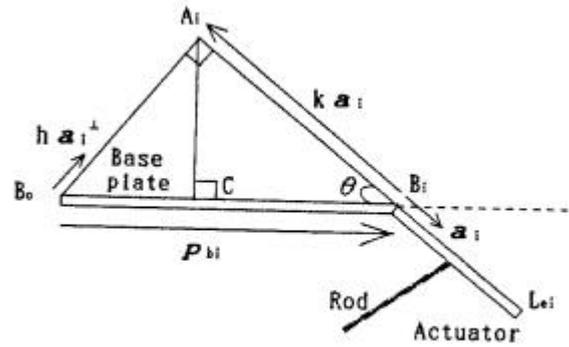


fig. 8 Illustration of triangle AB_0B_i relating to actuator

$$k = a_i \cdot p_{bi} \quad (13)$$

よって a_i

$$a_i^\perp = \frac{p_{bi} - (a_i \cdot p_{bi}) a_i}{|p_{bi} - (a_i \cdot p_{bi}) a_i|} \quad (14)$$

= 0 のとき

$$a_i = (0, 0, 1) \quad (15)$$

, により求めた a_i について

$$a_i \cdot z_i = 0 \quad (16)$$

を確認する。

直動機構とロッドの角度制限

試作機の実際の動作ではロッドと直動機構動作面の間の角度が 0.09 [rad] 以下になると、ジョイントの動作範囲外となるため、シミュレーションにおいても同じ条件を加えている。

3.3 連結ロッド同士の干渉条件について

可動プレート中心の位置と姿勢の6自由度 (x , y , z , α , β , γ) を初期条件として与えることで、6本直動機構の制御量が計算され、6本の連結ロッドの位置も定まるが、このとき全てのロッドが互いに干渉しないことを確認する必要がある。

6本のロッドのうち、任意の i 番目と j 番目の2本について、 x , y , z 空間における直線と直線の間の距離を求めることで、ロッドとロッドの干渉を確認することができる。

ロッド間の距離の計算については既に、次のような空間内2直線の共通垂線の考え方が示されている⁵⁾。図9に示すようにロッド i 、ロッド j を表す単位ベクトルをそれぞれ z_i , z_j また k , k' , k'' をスカラ

量とする．このとき両ロッドに共通な垂線の単位方向ベクトルは，

$$\frac{z_i \times z_j}{|z_i \times z_j|} \quad (17)$$

で表される．また，図より

$$\begin{aligned} {}^b R_h {}^b s_i + k' z_i + k \frac{z_i \times z_j}{|z_i \times z_j|} \\ = {}^b R_h {}^b s_j + k'' z_j \end{aligned} \quad (18)$$

(21)式の両辺と $z_i \times z_j$ の内積をとり整理すると

$$k \frac{|z_i \times z_j|^2}{|z_i \times z_j|} = (z_i \times z_j) \cdot {}^b R_h ({}^b s_j - {}^b s_i) \quad (19)$$

よってkの値は

$$k = \frac{(z_i \times z_j) \cdot {}^b R_h ({}^b s_j - {}^b s_i)}{|z_i \times z_j|} \quad (20)$$

このkの値がロッド間の距離となる．

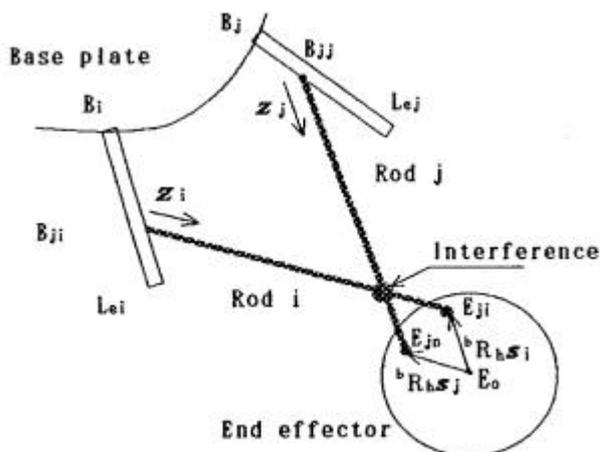


fig. 9 Interference of any two rods

しかしながら実際のところ，この方法によるkの値の変化と，実状との整合を確認していないので，今回は下記に示す方法でロッド間の距離を求めた．

図9において，ロッドiとロッドjの単位方向ベクトルは， z_i, z_j であり，

$$z_i = (x_i, y_i, z_i)$$

$$z_j = (x_j, y_j, z_j)$$

とすると，各ロッド上の任意の座標は t, s をスカラー量として

$$\begin{aligned} \text{ロッド } i ; t * z_i = (t * x_i, t * y_i, t * z_i) \\ (0 \quad t \quad 1) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \text{ロッド } j ; s * z_j = (s * x_j, s * y_j, s * z_j) \\ (0 \quad s \quad 1) \end{aligned} \quad (22)$$

で与えられ，任意の2点間の距離Lは，

$$L = (t * x_i - s * x_j)^2 + (t * y_i - s * y_j)^2 + (t * z_i - s * z_j)^2 \quad (23)$$

で計算される，この場合， t, s については

$$0 \quad t \quad 1 \quad 0 \quad s \quad 1$$

の範囲で，できるだけ小さい値で変化させていくことが望ましい．シミュレーションでは，750mmのロッド長に対し，15mmの単位で確認を行えるよう， t, s ともに0.02のステップで変化させている．

このようにして t, s を個別に変化させて逐次2点間の距離を計算し，2本のロッド上の任意の2点の全ての組み合わせについて，2点間の距離がロッドの径(10mm)以下にならないことを確認する．計算は6本のロッドから任意の2本のロッドを選ぶ全ての組み合わせについて行う．

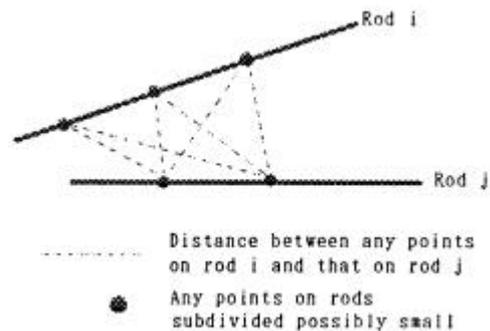


fig.10 Method to calculate distance between a rod and another

3.4 連結ロッドとエンドフェクタの干渉条件

エンドプレートが6自由度の各方向に動作する過程では，プレートは連結ロッドと干渉してはならない．各ロッドの単位ベクトルと，エンドプレートを含む平面の垂線との内積から，両直線の成す角度を計算することでこれを確認できる．

エンドプレートを含む平面の垂線の単位方向ベクトルを E_p とすると，ベクトル E_p の値は下記により求まる．

$$E_p^T = {}^b R_h \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

例えば任意のロッドiとベクトル E_p について考えると，ロッドiの単位方向ベクトル z_i との間で

$$z_i \cdot E_p = 0 \quad (25)$$

となる場合、ロッド*i*とエンドプレートは並行で、重なり合っている状態となる。

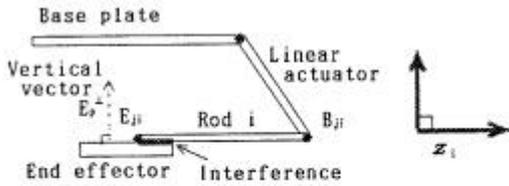


fig.11 Interference of rod with end effector

また、

$$z_i \cdot E_p = 0$$

の場合、 z_i と E_p の成す角を θ とすると

$$\cos \theta = \frac{z_i \cdot E_p}{|z_i| |E_p|} \quad (26)$$

実際には試作機の実動作においては、 $\theta = 1.52$ [rad]以上でジョイントの動作範囲外となるため、シミュレーションではこの角度において制限を与えた。

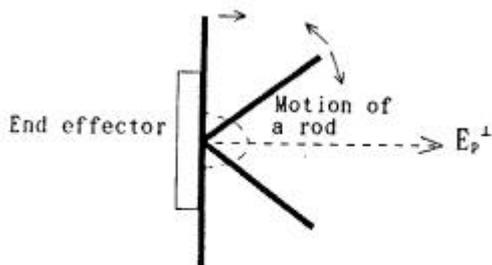


fig.12 Moving space of rod relative to end effector

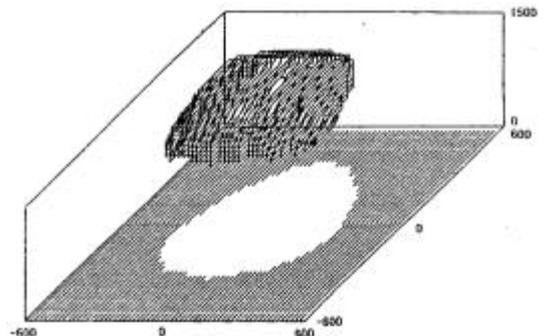
4. シミュレーション結果

以上に記した条件を考慮して、直動機構の傾斜角度を $\pi/2$, $\pi/3$, $\pi/6$, 0 としたときのエンドプレート中心座標が動作する範囲についてシミュレーションを行った結果を図13に示す。エンドプレート大きさや、ロッド長等、機構を構成する各パラメータは、試作機と同一として下記の数値で計算している。

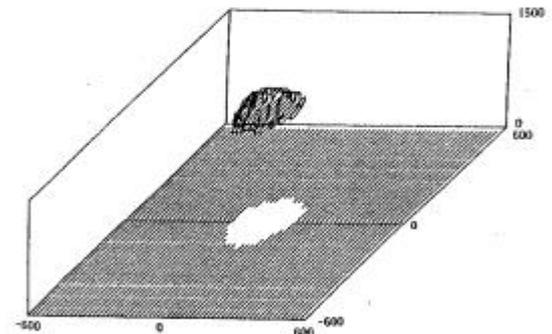
- ベースプレート半径 = 450mm
- エンドプレート半径 = 150mm
- 連結ロッド長 = 750mm
- 直動機構動作範囲 = 400mm

シミュレーションを行っていく上で、エンドエフェクタ原点の位置 $p(x, y, z)$ の値を(20mm, 30mm,

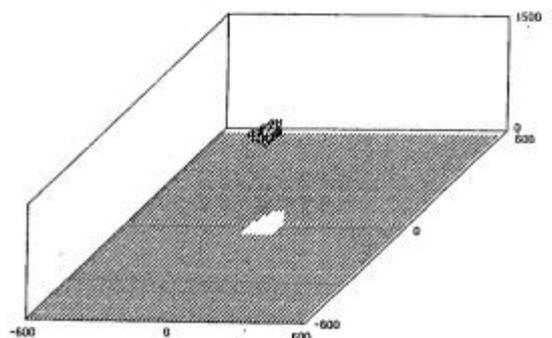
30mm)のステップで変化させた。エンドプレートハンド座標系のロール、ピッチ、ヨー角については、値を変化させることで結果が大きく変化するため、ここでは変化させていない。シミュレーション結果は図のとおりとなる。この図はエンドプレートがベースプレートの上方に位置するため、実機では上下関係が逆になる。



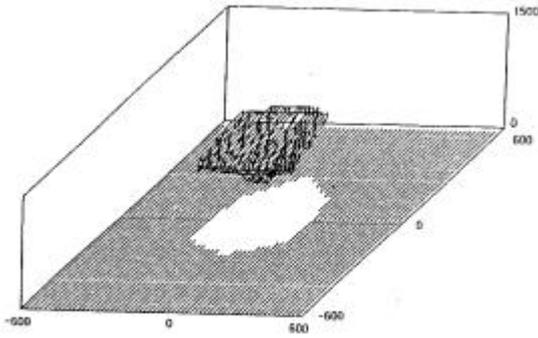
(a) $\theta = \pi/2$



(b) $\theta = \pi/3$



(c) $\theta = \pi/6$



(d) $\theta = 0$

fig.13 Movable area of end effector

次に、直動機構傾斜角度を $0 \sim \pi/2$ まで一定間隔で変化させた場合の可動領域体積の変化を図14に示す。シミュレーションから、傾斜角度 $\pi/2$ の場合に動作領域が最大となる。また傾斜角度 0.698 [rad] の場合に動作領域が最小となる。動作領域を制限する主な要因は、2.2節で示した直動機構上に制御量が設定できないことであった。可動領域内の干渉点、特異点については 0.175 [rad]、 0 [rad] で1ポイントづつ発生した。この値はシミュレーションの初期設定値 p の変化を (20mm, 30mm, 30mm) からもっと細かくすることで分解能が増し、更に多く検出できると考えられる。

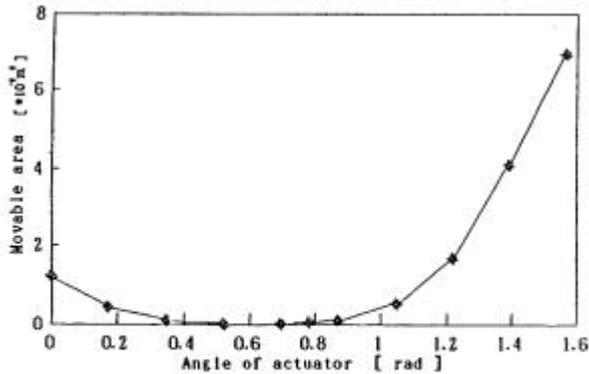


fig.14 Variation of movable area with angle of actuator placed to base plate

また、直動機構傾斜角度を $\pi/2$ に固定し、 p の値を (20mm, 30mm, 30mm) の間隔で値を変化させ、

- ・ エンドプレート x 軸回りのヨー角の変化に対する可動領域の体積変化
- ・ 連結ロッド長変化に対する可動領域の体積変化

この場合、可動領域内での特異点、干渉点の発生は確認できなかった。

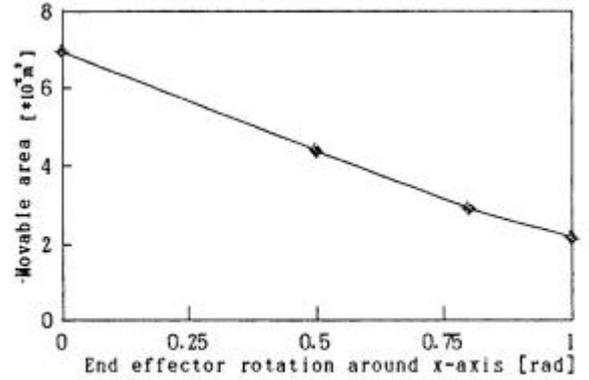


fig.15 Variation of movable area with end effector rotation around x-axis

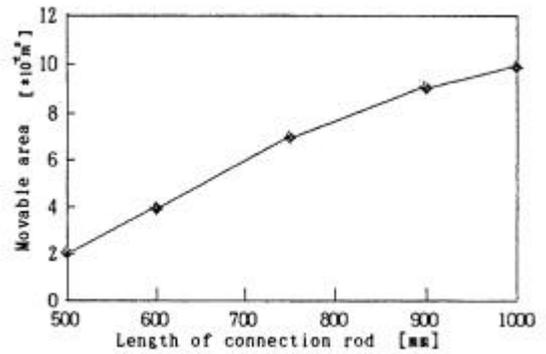


fig.16 Variation of movable area with length of connection rod

5.まとめ

- (1) 直動機構をベースプレートに対して傾斜配置させた場合の、直動機構制御量に関する逆運動学式を示した。
- (2) 機構の動作に関して、
 - ・ 連結ロッドのベース側ジョイントが、直動機構上に存在する条件
 - ・ 逆運動学計算から導き出される、アクチュエータ制御量の2つの解から一方を選択する条件
 - ・ 機構の干渉条件を検討し、エンドエフェクタ動作領域のシミュレーションを行った。
- (3) シミュレーションを行った結果、
 - ・ 直動機構傾斜角度を 0 [rad] $\sim \pi/2$ [rad] で変化させた場合の動作領域は、傾斜角度 $\pi/2$ [rad] で最大となった。
 - ・ エンドエフェクタの回転角度 (x 軸回り) を変化させた場合の動作領域は、回転角度の増加と共に減少した。
 - ・ 連結ロッド長を変化させた場合の動作領域は、ロッドを長くすることで増加した。

謝辞

本研究の実施にあたり，ご指導を頂いた大阪大学工学部新井健生教授に深く感謝いたします．

参考文献

- 1) 増田峰知他：”垂直直動型パラレルメカニズムの開発とその諸特性”，平成8年度三重県金属試験場業務報告（1997）30
- 2) 藤原基芳他：”垂直直動型パラレルメカニズムの運動学と静力学”，平成8年度三重県金属試験場業務報告（1997）38
- 3) 新井健生他：”直動固定型パラレルメカニズムの開発”，第13回日本ロボット学会学術講演会予稿集，vol．1（1995）55
- 4) 増田峰知他：”垂直直動型パラレルメカニズムの運動特性”，平成9年度三重県金属試験場業務報告（1998）26
- 5) 中島勝己，片岡道哉，永田修，和田多加夫，新井健生：”パラレルリンクマニピュレータ用制御装置の開発”，第9回日本ロボット学会学術講演会予稿集（1991）73
- 6) 増田峰知：”垂直直動ばられるメカニズムの特異点考察 日本ロボット学会ロボメック98講演論文

