

FDTD (Finite Difference Time Domain) 法による 電磁界解析 (第1報)

谷澤 之彦, 田畑 康晴, 林 一哉, 小磯 賢智

Electromagnetic Fields Analysis with FDTD - Method

by Yukihiro TANIZAWA, Yasuharu TABATA,
Kazuya HAYASHI and Kenji KOISO

〔要 旨〕

FDTD法を用いた電磁波の解析のコンピュータシミュレーションプログラムを開発した。
これを、ダイポールアンテナの解析に適用して、プログラムの妥当性について検討した。

1. はじめに

電磁界解析は、アンテナ問題、散乱問題等の各種分野で行われており、有限要素法・モーメント法・境界要素法などの数値演算法が主に用いられた。

しかし近年、FDTD法が解析手法として注目されている。これは、この手法の適応範囲が広いこと、定常状態だけでなく過渡状態の解析も容易にできること等の長所を持っており、また従来問題とされていた計算機のメモリや速度の不足が、急速な進歩により改善されつつあるためである。

そこで本報告では、実際に電磁界解析プログラムを作成し、具体的な問題としてダイポールアンテナの解析に適用を試みた。

2. FDTD法

FDTD法は、電磁界をあらわすMaxwell方程式(2.1)を空間・時間領域において差分化して、直接解いて電磁界(E, H)を求める手法である。

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0. \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad (2.2)$$

研究指導室 機械電子チーム

FDTD法ではMaxwell方程式を差分化するために、

時間領域において微小時間(Δt)で離散化を行い、

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{1}{\epsilon} \frac{d\vec{E}}{dt} \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{\mu} \frac{d\vec{H}}{dt} \quad (2.4)$$

また空間を微小セルに分割して離散化する。
図2.1にそのモデルを示す。

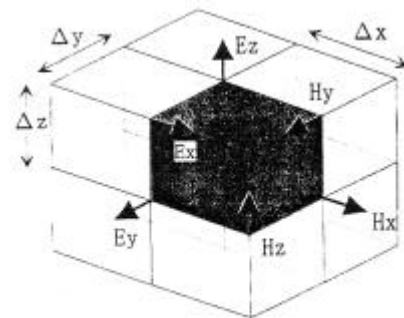


図2.1 単位セル

式2.3について、簡単のためにx成分についてのみ考えると、時間微分項を差分化して

$$\nabla \times H = \frac{1}{\epsilon} \frac{E_x^{n+1/2} - E_x^{n-1/2}}{\Delta t} \quad (2.5)$$

ただし、 $E_x^n = E_x(n\Delta t)$, $J=0$

と表すことができる。

さらに、空間微分項 ($\times H$) も差分化して移項すると、

$$E_{x(i,j,k)}^{n+1} = E_{x(i,j,k)}^n + \frac{\Delta t}{\epsilon \Delta y} \left(H_{z(i,j,k+1)}^{n+\frac{1}{2}} - H_{z(i,j,k)}^{n+\frac{1}{2}} \right) - \frac{\Delta t}{\epsilon \Delta z} \left(H_{z(i,j,k+1)}^{n+\frac{1}{2}} - H_{z(i,j,k)}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (2.6)$$

となり、時間的に古い電界 E^n および磁界 H より次時間の E^{n+1} を求めることができる。

式2.4についても同様にして

$$H_{x(i,j,k)}^{n+\frac{1}{2}} = H_{x(i,j,k)}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\mu \Delta z} \left(E_{y(i,j,k)}^n - E_{y(i,j,k-1)}^n \right) - \frac{\Delta t}{\mu \Delta y} \left(E_{z(i,j,k)}^n - E_{z(i,j-1,k)}^n \right) \quad (2.7)$$

とすることができる。

これらを、時間および空間的に繰り返し演算することで電磁波の散乱を計算できる。

今回、作成したプログラムのフローを図2.2に示す。図中(A)に式2.7、(B)に式2.6を適用する。

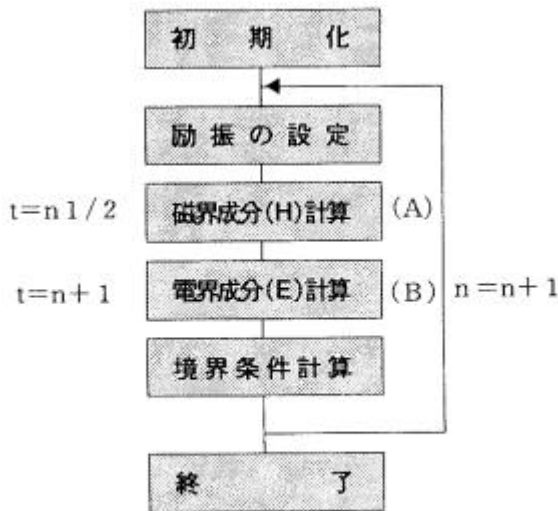


図 2. 2 フローチャート

3. 境界条件

散乱問題の解析等では、自由空間での解析の必要がある。しかし、実際に解析をする場合、メモリーや計算時間に関係で解析空間は有限である。

そのため、本報告では解析空間の端にはMurの2

次吸収境界条件を用いて解析的に反射のない吸収壁において有限空間を自由空間として扱う。

この壁は、真空中でMaxwell方程式が波動方程式 (式3.1) を満足することを用いて、

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} = 0 \quad (3.1)$$

これを式3.2のように代数的に因数分解し、

$$\left(\frac{\partial E_x}{\partial t} - \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial E_x}{\partial t} + \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial x} \right) = 0 \quad (3.2)$$

反射を示す項を

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} - \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial x} = 0 \quad (3.3)$$

とすることで解析的に無反射とさせることができる。

図3.1に、 $x-y$ 平面上でのTE波の伝搬の解析結果を示す。励振は、

$$E_z = \sin(2\pi ft) \quad (3.4)$$

ただし、 $f=10\text{GHz}$

とし、解析面は 2×2 の大きさとしている。

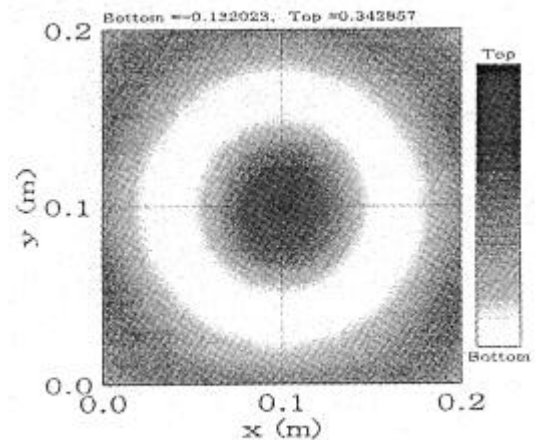


図 3. 1 Ez分布 (t=0.236ns)

解析境界で等電位線が円状になっており、反射が無いことを示している。

4. 3 次元電磁界解析

本報告では具体的な解析例として、ダイポールアンテナを取り上げる。図4.1に解析モデルを示す。

$1 \times 1 \times 1$ (分割数 $60 \times 60 \times 60$)の大きさの空間を考え、その中央に z 軸方向と平行に置かれたダイポールアンテナ ($l = \lambda / 2$, $\lambda = 0.06[\text{m}]$)にアンテナ中央のギャップを配電点として式4.1のガウシアンパルスを与える場合の解析を行った。

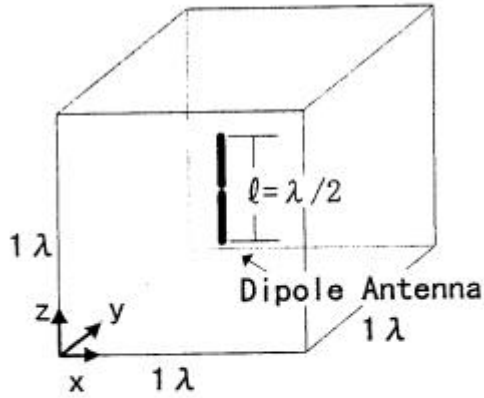


図 4. 1 解析モデル

$$E_z = e^{-[(t-T)/0.29T]} \quad (4.1)$$

ただし、 $T=0.646/f$,

図 4 . 2 ~ 4 . 5 は、 $z = 30$ での H_x の時間変化の解析結果を示している．これより、時間領域での電波の伝播の様子を見ることができる．

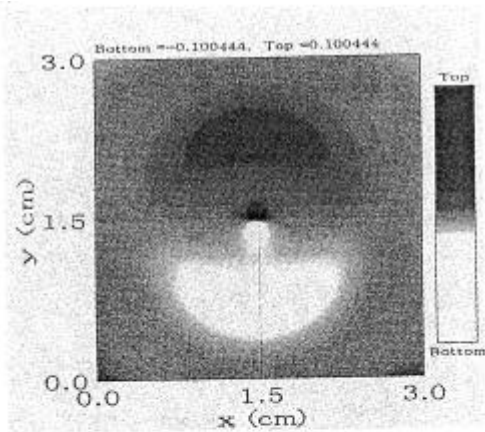


図 4. 2 H_x 分布 ($t=0.20ns$)

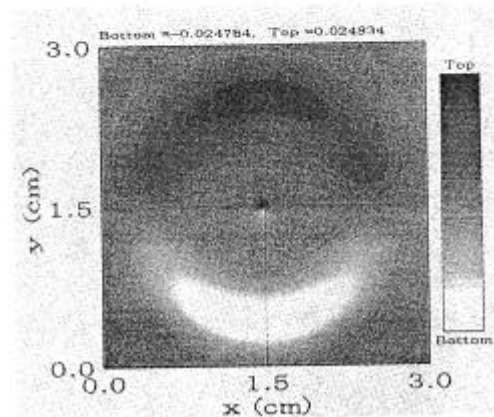


図 4. 3 H_x 分布 ($t=0.21ns$)

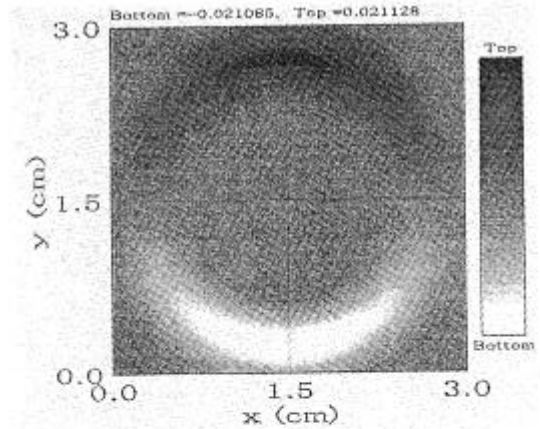


図 4. 4 H_x 分布 ($t=0.22ns$)

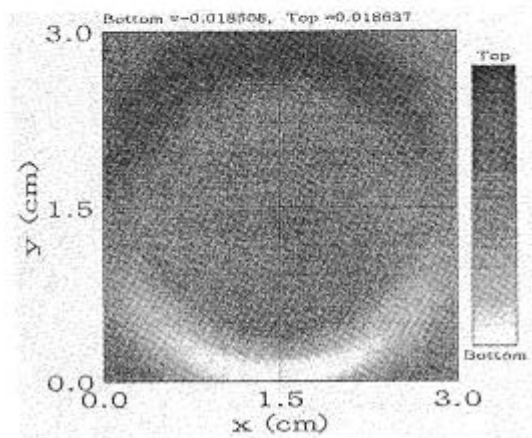


図 4. 5 H_x 分布 ($t=0.23ns$)

次に、給電点での電流を求める．給電点における電流は次式で表すことができる．（磁界の周回積分）

$$I = \int_l H \cdot dl \quad (4.2)$$

磁界分布（ H ）は F D T D 解析により求まるので電流は図 4 . 6 となる．

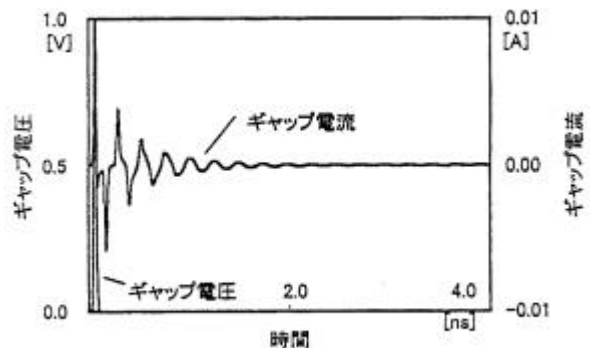


図 4. 6 ギャップ電流電圧

次に、上記で求めた電流値からアンテナの特性インピーダンスを求める．周波数領域でのインピーダンスはギャップの電圧電流より式4.3で表される．

$$Z = \frac{FFT(V_{gap}(t))}{FFT(I_{gap}(t))} \quad (4.3)$$

解析結果 (E, H) から式4.3を計算すると, 図4.7 のようになる. この図より, 周波数4.4GHz付近で複素成分が0となっており, アンテナの最大効率点を示している.

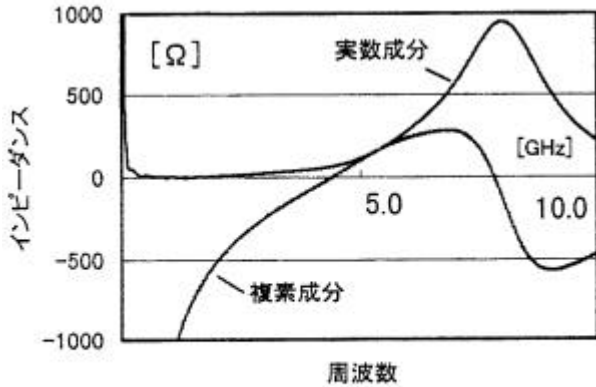


図 4. 7 特性インピーダンス

また, アンテナの電流分布を求めるには, アンテナ上のすべての点について電流値を計算し, これを周波数分解してアンテナの共振周波数 ($f = 4.4 \text{ GHz}$) での電流分布を求めると, 図4.8なる. この電流分布は式4.4で表す理論解とよく一致している.

$$I = I_0 \cos(kz) \quad (4.4)$$

ただし, I_0 : 振幅, $k: 2\pi/\lambda$, $-l/2 \leq z \leq l/2$

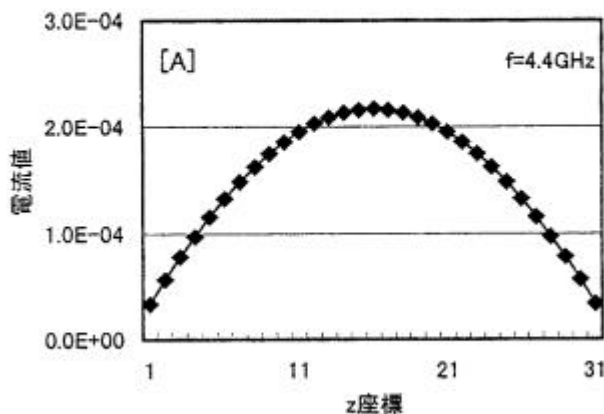


図 4. 8 アンテナの電流分布

5. まとめ

FDTD法を用いた, 電磁界解析プログラムを作成した. さらに, 具体的な解析例としてダイポールアンテナを取り上げて解析を試みた結果, 理論値とよく一致し, 解析プログラムの妥当性を確認した.

FDTD法は, 任意の形状の解析モデルを扱うことができ, また, 電磁界の過渡解析も行えることを特徴としている.

ただ, 大きな空間を解析する場合, 計算機のメモリ資源および計算速度を必要とするため, あまり大きな空間を解析することが物理的に難しいといえる.

今後は, FDTD法を用いてリバレーションチャンバーの電磁界解析を行っていきたい.

参考文献

- 1) 橋本修, 阿部琢美, "FDTD時間領域差分法入門", 森北出版, 1996.
- 2) Kane s. Yee, "Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equation in Isotropic Media, IEEE Trans. Antenna Propagation, vol. AP-14, 1966.
- 3) G. Mur, "Absorbing boundary conditions for the finite-difference approximation of the time-domain electromagnetic field equations, IEEE Trans. Electromagnetics. Compat., vol. EMC-23, 1981.