暗渠排水における地下水位低下と排水時間に関する研究

第2報　暗渠が透水層の中間に設けられる場合

磯　島　義　一[*]

A　Study on the Ground Water Movement by Drainage of Sub－surface Water

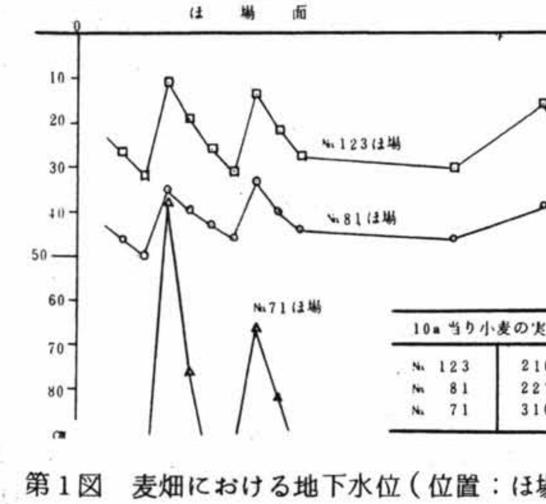
2. The case of Drain Pipe among a Permeable Soil

Yoshikazu　ISOJIMA

緒　言

暗渠排水は土壌の中の重力水を排除する方法である。今日水田転作が行われて、畑作物が水田に作られている。水田土壌の中には排水のよくない土壌があって、排水溝、畦立て栽培、暗渠排水等の対策が必要である。

暗渠排水の実際については、一志郡白山町大三の県営は場整備済水田（長辺１００ｍ、短辺３０ｍ）で行われた。その１例として麦作時におけるは場中央の地下水位の様子を第１図に示す。暗渠は、は場の長辺方向に深さ



第１図　麦畑における地下水位（位置：は場中央）

５０～６０*cm*、間隔１０ｍで施工し、補助暗渠として、弾丸暗渠をは場の短辺方向に深さ３０*cm*、間隔２ｍで施工した。昭和５８年産小麦の実収は、一志農業改良普及所山中主査の調査によると、№７１は場では３１０*kg*／１０ａ、№８１は場では２２７*kg*／１０ａ、№１２３は場では２１０*kg*／１０ａであった。この成績は地下水位の低い方が収量が多いことを示している。同じような対策をしても地下水位や作物の収量に差が生じる。これは地下水位の高低や土壌の透水のよしあし等、自然条件に大きく左右されるように思われる。

水田土壌の多くは、畑作物を栽培する時、耕した作土層に雨水が入ると、それより下はすき床層といって締固まった土層があるから、水はそれより下には移動しにくくて一時的に滞水する場合が多いと思われる。この様な状態の土層を土壌が乾いている時期に、弾丸暗渠を営農管理として施工すれば、作土層とすき床層の間にたまった水は速やかに弾丸暗渠を通じて、それより下の暗渠へ排水される。透水のよくない土層は、乾湿の状態がくり返されることによって徐々に構造性が付与され透水のよい土層に変化する。

弾丸暗渠による土壌の改良は農業機械で行うものであるが、もう１つ土壌の微生物の力を借りて、土壌を単粒構造から団粒構造へかえていく改良がある。単粒構造の土は、透水は悪く保水力も弱い。かんばつにあうと水は蒸発して消える。団粒構造の土壌は保水性が高く、土壌水分は適度に保持されている。しかも団粒構造の土壌の間隙は単粒構造よりも大きいから重力水は移動しやすい。つまり、透水しやすい土壌にかわるのである。

土壌中には重力水、毛管水、吸着水などがある。前の２つは作物の利用できる水である。暗渠で排水できる水は重力水で、これは高い所から低い所へ流れる水である。

土壌はいろいろな生成過程を経て層をなしている。透

＊　作物部

水層は水が土層内を上下するとき比較的透水しやすい土層であり、不透水層は水を通しにくい土層である。構造性に乏しいち密な粘土層は不透水層にはいる。

[1] 作物栽培にさしつかえのない地下水位は、畑作物では地面から５０～６０cm以下であり、永年作物では、１００cm以下である。降雨後上昇した地下水は１週間程度で５０～６０cmに下げるのが目標値である。

著者は前回の[2]研究報告で、例えば暗渠で地下水位を１０cmから５０cmまで下げるのに何日かゝるか、排水日数を推定するのに必要な関係式を作成した。これは暗渠を透水層の底に設けた場合の排水時間に関する関係式で、適用範囲が限られている。（第２図参照）

従って今回は暗渠を透水層の中間に設けた場合の地下水位低下と排水時間の関係式を前回の研究報告と同様の手法で求めた。（第３図参照）

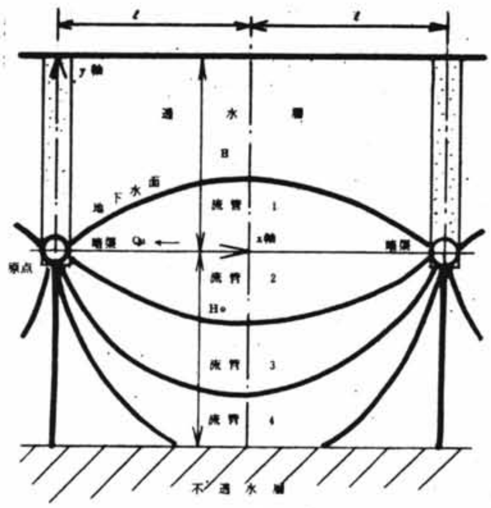
研究方法

地下水の流れる速さについては、ダルシー氏の法則がある。ダルシー氏は今から約１３０年前、砂層を流れる地下水の透水速度は動水勾配に比例するという実験法則を見いだした

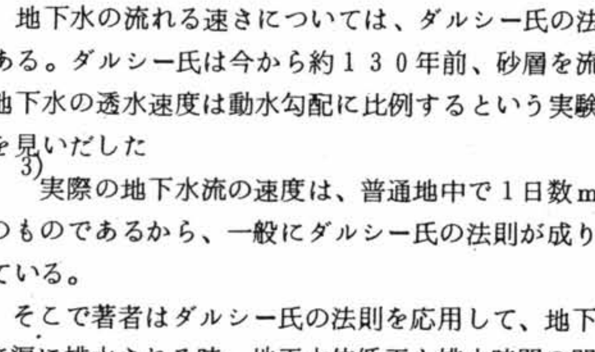
[3] 実際の地下水流の速度は、普通地中で１日数m程度のものであるから、一般にダルシー氏の法則が成り立っている。

そこで著者はダルシー氏の法則を応用して、地下水が暗渠に排水される時、地下水位低下と排水時間の関係を求めた。

地下水面の曲線を作成する時必要な地下水の流線は、次のように考えた。流線は水の流れを曲線で表わしたもので、２本の流線が奥行をもつと１本の流管ができる。暗渠が透水層の底に設けられた場合は、第２図に示すように１本の流管（流管１）で表わすことができる。この流管を基本として暗渠の底から流入のある場合は、第３図のような数本の流管に分けて考える。流管２、３、４はそれぞれ流管１と同じ流量が暗渠へ流入するよう作図する。流量は単位時間に暗渠に流入する水の量でcm³／Sで表わされる。



第３図　暗渠を透水層の中間に設けた場合の流管図



第２図　暗渠を透水層の底に設けた場合の流管図

流管については以上のような考え方で地下水面形の関係式を作成し、この関係式を応用して地下水が目的の深さまで低下するに要する排水時間の関係を、微分方程式で表わし、これを解いて求めた。

成　　績

(1)　地下水面形

第３図に示すように透水層は$H+H_0$の深さで不透水層に達し、暗渠より水平方向にx軸、鉛直方向にy軸をとる。暗渠の間隔の半分の長さをℓとする。地下水は暗渠へ水平方向及び底から流入する。

水平方向から入る流量を Qu とし、その透水断面をyとすると、底から暗渠に入る流量は

$$Qu \times \frac{H_0}{y}$$

であるから合計流量Qは

$$Q = Qu + Qu \times \frac{H_0}{y} = Qu \left(1 + \frac{H_0}{y}\right)$$

但しHは暗渠までの深さ、H_0は暗渠から不透水層までの深さ、Kは滲透係数、Z_0は暗渠の長さを表す。一方Quは、

$$2) \quad Qu = y^2 \times \frac{K Z_0}{2x}$$

で表すことができるから、合計流量Qは

$$Q=y^2\times\frac{KZ_0}{2x}\left(\frac{y+H_0}{y}\right)\quad(1)$$

（１）式は水平方向及び底から暗渠へ流入する場合の地下水面の関係式である。（１）式を変形すると、

$$y=-\frac{H_0}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{H_0^2+\frac{8Qx}{KZ_0}}\quad(2)$$

(2)　暗渠排水における地下水位低下と排水時間

第３図に示すように、地下水面とx軸と暗渠の中央の位置$x=\ell$で囲まれた体積をＶとすると（奥行をZ_0とする。）

$$V=\int_0^{\ell} yZ_0\,dx$$
$$=\int_0^{\ell}\left(-\frac{H_0}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{H_0^2+\frac{8Qx}{KZ_0}}\right)Z_0\,dx$$
$$=-\frac{H_0}{2}Z_0\ell+\frac{KZ_0^2}{24Q}\left[\left(H_0^2+\frac{8Q\ell}{KZ_0}\right)^{\frac{3}{2}}-H_0^3\right]$$

$$dV=\frac{KZ_0^2}{24}d\left\{\frac{\left(H_0^2+\frac{8Q\ell}{KZ_0}\right)^{\frac{3}{2}}-H_0^3}{Q}\right\}$$

$$=\frac{KZ_0^2}{24}\times\frac{Q\times\frac{3}{2}\left(H_0^2+\frac{8Q\ell}{KZ_0}\right)^{\frac{1}{2}}\times\frac{8\ell}{KZ_0}\,dQ-\left\{\left(H_0+\frac{8Q\ell}{KZ_0}\right)^{\frac{3}{2}}-H_0^3\right\}dQ}{Q^2}$$

排水時間をＴとし、αは重力水の入るポケットの割合、Q_0は地下水が上昇している時、暗渠から出てくる流量、Q_iはＴ時間経過して地下水位が下降した時、暗渠から出てくる流量とすると、

$$T=-\alpha\int_{Q_0}^{Q_i}\frac{dV}{Q}$$

$$=-\alpha\frac{\alpha Z_0^2}{24}\left\{\frac{3}{2}\times\frac{8\ell}{KZ_0}\int_{Q_0}^{Q_i}\frac{\left(H_0^2+\frac{8\ell Q}{KZ_0}\right)^{\frac{1}{2}}dQ}{Q^2}-\int_{Q_0}^{Q}\frac{\left(H_0^2+\frac{8\ell Q}{KZ_0}\right)^{\frac{3}{2}}-H_0^3}{Q^3}dQ\right\}$$

$$I_1=\int_{Q_0}^{Q_i}\frac{\left(H_0^2+\frac{8\ell Q}{KZ_0}\right)^{\frac{1}{2}}}{Q^2}dQ$$
$$=\int_{Q_0}^{Q_i}\frac{\sqrt{a+bQ}}{Q^2}dQ$$

但し$a=H_0^2$、$b=\frac{8\ell}{KZ_0}$とする。

$$=\left[\sqrt{a+bQ}\left(-\frac{1}{Q}\right)\right]_{Q_0}^{Q_i}-\int_{Q_0}^{Q_i}\left(-\frac{1}{Q}\right)\frac{b\,dQ}{2\sqrt{a+bQ}}$$
$$=-\left[\frac{\sqrt{a+bQ}}{Q}\right]_{Q_0}^{Q_i}+\frac{b}{2}\int_{Q_0}^{Q_i}\frac{dQ}{Q\sqrt{a+bQ}}$$

$$I_2=\int_{Q_0}^{Q_i}\frac{dQ}{Q\sqrt{a+bQ}}$$

ここで$a+bQ=y$とおくと、$b\,dQ=dy$

$$Q=\frac{y-a}{b}$$

$$I_2=\int_{Q_0}^{Q_i}\frac{dy}{(y-a)\sqrt{y}}$$

ここで$\sqrt{y}=t$とおくと、$y=t^2$

$$\frac{1}{2}y^{-\frac{1}{2}}dy=dt$$

$$I_2=\int_{Q_0}^{Q_i}\frac{2\,dt}{t^2-a}$$
$$=\frac{1}{\sqrt{a}}\int_{Q_0}^{Q_i}\left(\frac{1}{t-\sqrt{a}}-\frac{1}{t+\sqrt{a}}\right)dt$$
$$=\frac{1}{\sqrt{a}}\left[\ell n\frac{\sqrt{a+bQ}-\sqrt{a}}{\sqrt{a+bQ}+\sqrt{a}}\right]_{Q_0}^{Q_i}$$
$$=\frac{1}{\sqrt{a}}\ell n\frac{(\sqrt{a+bQ_i}-\sqrt{a})(\sqrt{a+bQ_o}+\sqrt{a})}{(\sqrt{a+bQ_i}+\sqrt{a})(\sqrt{a+bQ_o}-\sqrt{a})}$$

$$I_1=\left(\frac{\sqrt{a+bQ_o}}{Q_o}-\frac{\sqrt{a+bQ_i}}{Q_i}\right)$$
$$+\frac{b}{2\sqrt{a}}\ell n\frac{(\sqrt{a+bQ_i}-\sqrt{a})(\sqrt{a+bQ_o}+\sqrt{a})}{(\sqrt{a+bQ_i}+\sqrt{a})(\sqrt{a+bQ_o}-\sqrt{a})}\quad(3)$$

$$I_3=\int_{Q_0}^{Q_i}\frac{\left(H_0^2+\frac{8\ell Q}{KZ_o}\right)^{\frac{3}{2}}-H_0^3}{Q^3}dQ$$
$$=\int_{Q_0}^{Q_i}\frac{(a+bQ)^{\frac{3}{2}}dQ}{Q^3}-H_0^3\int_{Q_0}^{Q_i}\frac{dQ}{Q^3}$$

$$I_4=\int_{Q_0}^{Q_i}\frac{(a+bQ)^{\frac{3}{2}}}{Q^3}dQ$$

$$=\left[(a+bQ)^{\frac{3}{2}}\left(-\frac{1}{2Q^2}\right)\right]_{Q_0}^{Q_i}-\int_{Q_0}^{Q_i}\left(-\frac{1}{2Q^2}\right)\times\frac{3}{2}b\sqrt{a+bQ}\,dQ$$

$$=\left[-\frac{(a+bQ)^{\frac{3}{2}}}{2Q^2}\right]_{Qo}^{Qi}+\frac{3}{4}b\int_{Qo}^{Qi}\frac{\sqrt{a+bQ}}{Q^2}dQ$$

$$=\left\{\frac{(a+bQo)^{\frac{3}{2}}}{2Q_0^2}-\frac{(a+bQi)^{\frac{3}{2}}}{2Qi^2}\right\}+\frac{3}{4}bI_1$$

$$I_5=\int_{Qo}^{Qi}\frac{dQ}{Q^3}$$

$$=\left[\frac{1}{-2Q^2}\right]_{Qo}^{Qi}$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{Q_0^2}-\frac{1}{Q_i^2}\right)$$

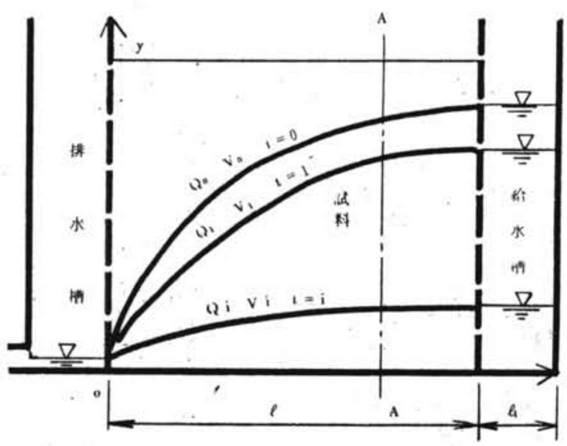
$$T=\frac{\alpha KZ_o^2}{24}\left(-\frac{3}{2}bI_1+I_3\right)$$

$$=\frac{\alpha KZ_o^2}{24}\left\{-\frac{3}{4}bI_1+\frac{(a+bQo)^{\frac{3}{2}}}{2Q_o^2}-\frac{(a+bQi)^{\frac{3}{2}}}{2Q_i^2}-\frac{H_o^3}{2}\left(\frac{1}{Q_o^2}-\frac{1}{Q_i^2}\right)\right\}\quad(4)$$

(3)　実験室における暗渠排水と地下水位低下時間

その１　排水孔を試験箱の最低の位置に設ける場合

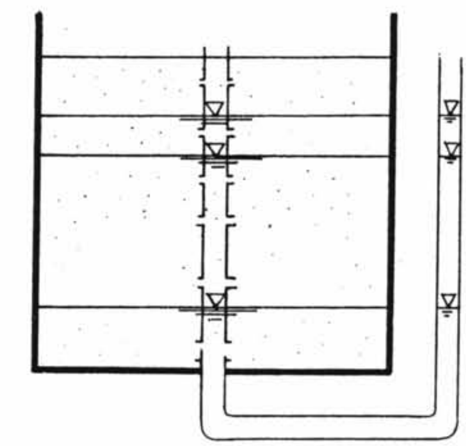
（２）では現場のほ場を対象にした暗渠排水と水位低下時間について論じた。ここでは現場から土壌をもってきて実験室で試験を行なう方法及び関係式について論じてみたい。現場の土壌をほりおこすと土壌は体積を増し、土壌の構造をこわしてしまう危険はある。そこで実験室の試験箱の中へ入れた土壌は沈下して、元の状態に落ちつくまである期間待って試験を行う。



第４図　透水試験器（排水孔が底にある場合）

第４図に著者の作製した透水試験器を示す。中央には試料をいれ、両側に水槽を設ける。この水槽の最低の位置に穴をあけて、栓ができるようになっている。水槽と試料との境界は、麻の繊維で織った丈夫な布で仕切りをする。排水槽の仕切りの最低部を原点にとり、水平方向にx軸、鉛直方向にy軸をとる。奥行寸法はZ_0である。

給排水槽の底に設けた穴に栓を行ない、水道より給水して中央にいれた土壌を飽和状態にする。その後排水槽の栓をとると、水は排水されて第４図に示したようになるであろう。第５図にあるように地下水位は、試験箱の底に設けたエスロンチューブに見ることができる。



第５図　透水試験器（Ａ－Ａ断面）

地下水面の曲線は[2)]

$$y=\sqrt{\frac{2Qx}{KZ_0}}$$

で表される。Qは流量でその単位は㎤／Ｓで表す。流量の算定は、排水孔より流出する水を容器に受けて、一定時間内にはいる水の重量を、その時間で割れば求まる値である。試料の長さをℓ、その奥行きをZ_0、給水槽の長さをℓ_1とすると、給水槽の水深は、

$$y=\sqrt{\frac{2Q\ell}{KZ_0}}$$

で表わすことができる。

時刻 t＝０のとき、地下水面形は第４図のようになり、その時の流量はQ_0とする。このとき給水槽に入っている水の体積をS_0、試料槽に入っている地下水位より下の体積をV_0とする。地下水面形がV_0からV_iまで低下するに要する時間を t とすると、

$$t=t_0+t_1+t_2+\cdots+t_i$$

$$=\left\{a\frac{V_0-V_1}{Q_0}+\frac{S_0-S_1}{Q_0}\right\}+\left\{a\frac{V_1-V_2}{Q_1}+\frac{S_1-S_2}{Q_1}\right\}$$

$$+\left\{a\frac{V_2-V_3}{Q_2}+\frac{S_2-S_3}{Q_2}\right\}+\cdots+\left\{a\frac{V_i-V_{i+1}}{Q_i}\right.$$

$$+\frac{S\,i-S\,i{+}1}{Q\,i}\Big\}$$

$$=\left(\frac{V_0-V_1}{Q_0}\ \frac{V_1-V_2}{Q_1}+\frac{V_2-V_3}{Q_2}+\cdots\cdots+\frac{V\,i-V\,i{+}1}{Q\,i}\right)$$

$$-\left(\frac{S_0-S_1}{Q_0}+\frac{S_1-S_2}{Q_1}+\frac{S_2-S_3}{Q_3}+\cdots+\frac{S\,i-S\,i{+}1}{Q\,i}\right)$$

$$=\alpha\int_{Q_0}^{Qi}\frac{dV}{Q}+\int_{Q_0}^{Qi}\frac{dS}{Q}$$

$$=t_A+t_B$$

$$t_A=\alpha\int_{Q_0}^{Qi}\frac{dV}{Q}$$

$$=\frac{2\sqrt{2}}{3}\alpha K^{-\frac{1}{2}}Z_0^{\frac{1}{2}}\ell^{\frac{3}{2}}\left(\sqrt{\frac{1}{Q\,i}}-\sqrt{\frac{1}{Q\,o}}\right)\qquad(5)$$

t_A については、三重県農業技術センター研究報告第11号で詳細に述べた通りである。但し α は土壌中に含まれる重力水の割合（体積パーセント）である。

次にＳ及びｄＳを求めると

$$S=\sqrt{\frac{2Q\ell}{KZ_0}}\times\ell_1 Z_0\qquad(6)$$

$$dS=d\left(\sqrt{\frac{2Q\ell}{KZ_0}}\times\ell_1 Z_0\right)\qquad(7)$$

$$=\sqrt{\frac{2\ell}{KZ_0}}\times\ell_1 Z_0\times\frac{1}{2}Q^{-\frac{1}{2}}dQ$$

$$t_B=-\int_{Q_0}^{Qi}\frac{dS}{Q}\qquad(8)$$

こゝで（８）式に負号をつけたのは、時刻の進行に伴って地下水面は低下し、流量Ｑは減少するからである。

$$t_B=-\frac{\ell_1 Z_0}{2}\sqrt{\frac{2\ell}{KZ_0}}\int_{Q_0}^{Qi}Q^{-\frac{3}{2}}dQ$$

$$=\ell_1\sqrt{\frac{2\ell Z_0}{K}}\left(\sqrt{\frac{1}{Q\,i}}-\sqrt{\frac{1}{Q\,o}}\right)$$

$$t=t_A+t_B$$

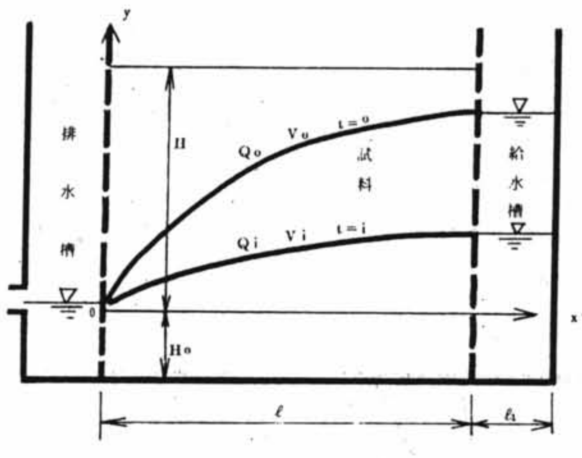
$$=\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\alpha K^{-\frac{1}{2}}Z_0^{\frac{1}{2}}\ell^{\frac{3}{2}}+\ell_1\sqrt{\frac{2\ell Z_0}{K}}\right)$$

$$\times\left(\sqrt{\frac{1}{Q\,i}}-\sqrt{\frac{1}{Q\,o}}\right)\qquad(9)$$

を得る。（９）式が第４図における地下水面低下と排水時間の関係式である。

その２　排水孔を試験箱の中間に設ける場合

その１でとりあつかったのと同様に、排水孔の下端を原点にとり、水平方向にx軸、鉛直方向にy軸をとる。排水孔より水槽の底までの深さを H_0 、排水孔より上方にＨの高さまで試料を詰める。土壌を前述のように水で飽和させた後、排水栓を開いて地下水位が、第６図のように V_0 から Vi まで低下するに要する排水時間をｔとすれば、



第６図　透水試験器（排水孔が中間にある場合）

$t=t_1$（土壌中の重力水の排水時間）＋ t_2（給水槽の水の排水時間）

給水槽の水の体積Ｓは

$$S=\left(-\frac{H\,o}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{H_o^2+\frac{8Q\ell}{KZ\,o}}\right)\ell_1 Z\,o$$

$$dS=\frac{2\ell_1\ell}{K}\times\frac{dQ}{\sqrt{H_0^2+\frac{8Q\ell}{KZ_0}}}$$

$$t_2 = -\int_{Q_o}^{Q_i} \frac{dS}{Q}$$

$$= -\frac{2\ell_1\ell}{K}\int_{Q_o}^{Q_i}\frac{dQ}{Q\sqrt{H^2{}_o+\frac{8Q\ell}{KZ_0}}}$$

ここで、$H^2 = a$、$\frac{8\ell}{KZ_0} = b$ とおくと、

$$t_2 = -\frac{2\ell_1\ell}{K}\int_{Q_o}^{Q_i}\frac{dQ}{Q\sqrt{a+bQ}}$$

$$= -\frac{2\ell_1\ell}{K}\times\frac{1}{\sqrt{a}}\times$$

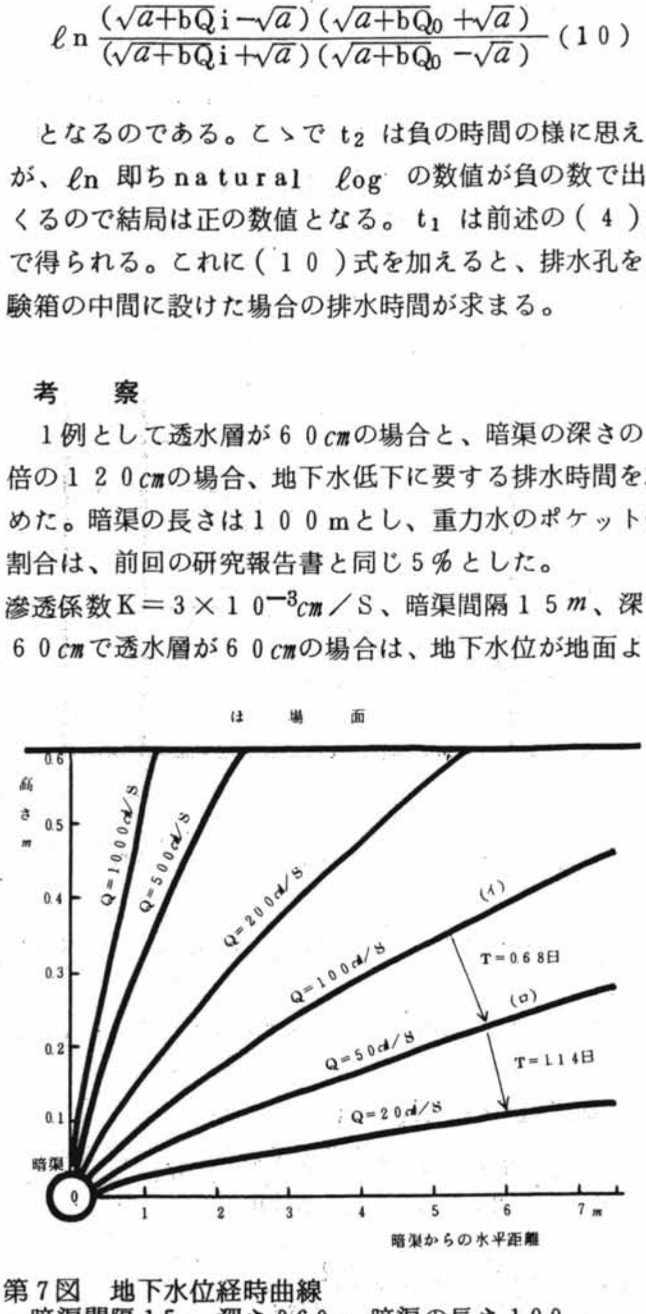
$$\ell n\frac{(\sqrt{a+bQi}-\sqrt{a})(\sqrt{a+bQ_0}+\sqrt{a})}{(\sqrt{a+bQi}+\sqrt{a})(\sqrt{a+bQ_0}-\sqrt{a})} \quad (10)$$

となるのである。こゝで t_2 は負の時間の様に思えるが、ℓn 即ち natural ℓog の数値が負の数で出てくるので結局は正の数値となる。t_1 は前述の（４）式で得られる。これに（１０）式を加えると、排水孔を試験箱の中間に設けた場合の排水時間が求まる。

考　　察

１例として透水層が６０cmの場合と、暗渠の深さの２倍の１２０cmの場合、地下水低下に要する排水時間を求めた。暗渠の長さは１００mとし、重力水のポケットの割合は、前回の研究報告書と同じ５％とした。

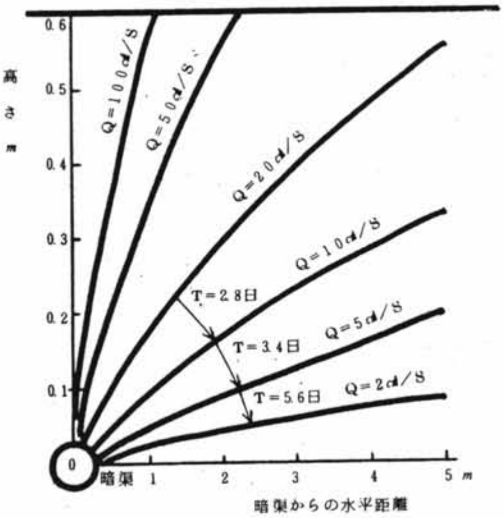
滲透係数K＝３×１０$^{-3}$cm／S、暗渠間隔１５m、深さ６０cmで透水層が６０cmの場合は、地下水位が地面より



第７図　地下水位経時曲線
暗渠間隔１5m 深さ 0.60m 暗渠の長さ 100m
透水係数 3×10^{-3}cm/S
不透水層が 1.2mより下層にある場合

１０cmから５０cmに低下するに要する日数は[2] 9.５日である。これに対して透水層が１２０cmの場合はおゝむね1.８日で約５分の１に短縮される。（第７図参照）

同様に滲透係数K＝３×１０$^{-4}$cm／S、暗渠の間隔、１０m、深さ６０cmで地下水位が地面より５cmから５０cmに低下するに要する日数は、透水層が６０cmの場合は[2]排水日数が５6.６日である。これに対して透水層が、１２０cmの場合１1.８日となる。（第８図参照）。



第８図　地下水位経時曲線
暗渠間隔　10m、深さ0.60m
暗渠の長さ 100m
透水係数　3×10^{-4}cm/S
不透水層が 1.2 mより下層にある場合

こゝでも排水日数は、約５分の１に短縮される。

最後に微分方程式を解いて得られた答、即ち（４）式を別の手法で点検する。第７図の流量Q＝１００cm³／SからQ＝５０cm³／Sに地下水面が低下する排水日数を求める。曲線（イ）と（ロ）に囲まれる面積は、0.8354m²であり、奥行１００mをかけると８３.５４m³となり、この５％が重力水として暗渠へ入る水は4.１７m³である。平均の排水能力は

$$\frac{100+50}{2} = 75\,cm^3/S$$
$$= 0.000075\,m^3/S$$

であるから排水日数は、５５６９３秒即ち0.６４日となる。微分方程式で求めた排水日数は第７図より0.６８日であるからよくあっている。

結　　論

暗渠の設けられている位置が透水層の底であるか、或いは透水層の中間であるかによって、暗渠の深さが同じでも、地下水位が目標の深さまで低下するに要する排水時間は異なる。暗渠の底からも地下水の流入がある場合

は、暗渠の排水能力はそれだけ増えるので排水時間は早くなる。従って暗渠排水計画をする時は、透水層の厚さを確認することが必要である。同時に透水層の現場における滲透係数及び重力水のポケットを知れば、著者の作成した関係式も暗渠の間隔を求める１つの糸口になるだろう。

要　約

透水層の中間に暗渠を設けた場合、降雨後上昇した地下水が、目標の高さまで低下するに要する時間を推定する関係式を作成した。その一例として透水層が６０cmの場合と１２０cmの場合、低下日数を比較した。

本報告書作成に際して御指導いただいた片岡作物部長並びに編集委員の皆さんに感謝する。

文　献

1) 農林水産省（1979）：土地改良事業計画設計基準・暗渠排水

2) 磯島義一（1983）：暗渠排水における地下水位低下と排水時間に関する研究、三重県農業技術センター研究報告第１１号

3) 本間仁著（1965）：水理学、丸善